



Kahramanmaraş Sütçü İmam University

Journal of Engineering Sciences



Geliş Tarihi : 21.06.2022
Kabul Tarihi : 01.07.2022

Received Date : 21.06.2022
Accepted Date : 01.07.2022

MOPSO TABANLI LQG SERVO KONTROL YAKLAŞIMI İLE ARAÇ ÜZERİNDE KONUMLU TERS SARKACIN KONTROLÜ

CONTROL OF THE INVERTED PENDULUM ON A CART WITH THE MOPSO- BASED LQG SERVO CONTROL APPROACH

Ali Fazıl UYGUR^{1*} (ORCID: 0000-0002-1049-4927)

¹ Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye

*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Ali Fazıl UYGUR, fuygur@ksu.edu.tr

ÖZET

Araç üzerinde konumlu Ters Sarkaç, çeşitli kontrol yöntemlerinin uygulanması ve performanslarının karşılaştırılması adına, akademik anlamda yaygın olarak kullanılmaktadır. Kararsız ve lineer olmayan Ters Sarkaç, sistem bozucuları ve ölçüm gürültüleri karşısında, duyarlı ve kırılgan yapıdadır. Bozuculara ve sensör gürültüsüne maruz kalmak, kontrol sistemlerinin performansını olumsuz etkilemekte ve kontrol kalitesini düşürmektedir. Buna çözüm olarak, başvurulan yöntemlerden biri de Kalman Filtresi ile LQR kontrolün kombinasyonu olan ve Lineer Quadratic Gaussian (LQG) olarak bilinen kontrol tasarım yöntemidir.

Bu çalışmada, sistem bozucularına ve sensör gürültüsüne maruz kalan Ters Sarkaç için, sarkacı taşıyan araç, verilen bir referansı takip ederken, sarkacın da bu esnada kararsız dik denge konumunu koruması istenmektedir. Sistem bozucuları ve sensör gürültüleri Gaussian Beyaz Gürültü olarak seçilmişlerdir. Referans takibi sağlamak ve denge noktası civarında kararlılığı sürdürmek adına, LQG servo kontrol yaklaşımı benimsenmiştir. Kontrolcünün, beklentileri en iyi şekilde karşılaması bakımından, performansının optimize edilmesi gerekir. Bu maksatla, LQG servo kontrolcü bünyesindeki LQI bloğu için performans ölçütü ağırlık matrislerinin, Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması (MOPSO) yardımıyla optimizasyonu gerçekleştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ters sarkaç, LQG servo kontrolcü, kalman filtresi, MOPSO

ABSTRACT

The Inverted Pendulum, located on the vehicle, is widely used in the academic sense for the application of various control methods and comparison of their performance. The unstable and non-linear Inverted Pendulum is sensitive and fragile to system disturbances and measurement noises. Exposure to disturbances and sensor noise adversely affects the performance of control systems and reduces control quality. As a solution to this, one of the methods used is the control design method, which is a combination of Kalman Filter and LQR control and known as Linear Quadratic Gaussian (LQG).

In this study, for the Inverted Pendulum, which is exposed to system disturbances and sensor noise, the vehicle carrying the pendulum is required to maintain an unstable vertical equilibrium position while following a given reference. System disturbances and sensor noises are chosen as Gaussian White Noise. LQG servo control approach is adopted to provide reference tracking and maintain stability around the balance point. In order for the controller to best meet expectations, its performance needs to be optimized. For this purpose, the performance criterion weight matrices for the LQI block within the LQG servo controller have been optimized with the help of the Multi-Objective Particle Swarm Optimization Algorithm (MOPSO).

Keywords: Inverted pendulum, LQG servo controller, kalman filter, MOPSO

ToCite: UYGUR, A.F., (2022). MOPSO TABANLI LQG SERVO KONTROL YAKLAŞIMI İLE ARAÇ ÜZERİNDE KONUMLU TERS SARKACIN KONTROLÜ. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 25(3), 418-433.

GİRİŞ

Kontrol sistemlerinin tasarımı ve kıyaslanmaları söz konusu olduğunda, kararsız ve lineer olmayan yapıdaki ters sarkaç (TS) sistemleri, yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Kontrol edilen değişken sayıları, kontrol giriş sayısından büyük olması sebebiyle, TS'ler eksik tahrikli sistemlerdir ve lineer olmaktan bir hayli uzak tabiatları ve kararsız olmaları sebebiyle, çeşitli kontrol yöntemlerinin uygulanması ve performanslarının mukayesesi bakımından oldukça elverişlidirler.

TS ile ilgili olarak karşılaşılan ve çözüm aranan iki önemli kontrol problemi; sarkacın kararsız dik denge konumunda tutulmaya çalışılması ve sarkacı üzerinde taşıyan aracın verilen bir referansı takip edebilmesi olarak karşımıza çıkmaktadır. (Mishra & Chandra, 2014; Vinodh Kumar & Jerome, 2013)

TS'nin modellenmesi ve kontrolü sayesinde pek çok gerçek zamanlı probleme dair ortaya koyulan çözümler, TS sistemini, kontrol konusunda önemli bir araştırma alanı haline getirmektedir. (Li, Ding, & Cheng, 2012; Singh, Nema, & Padhy, 2014)

Füze fırlatma sistemleri, iki teker üzerinde dengede durarak kişisel ulaşım amaçlı kullanılan araçlar v.b. pek çok sistemin lineer olmayan dinamikleri TS ile benzerlik göstermektedir. Bu anlamda TS'ler örneğin, insansı robotlara dair denge ve kinematik özelliklerin araştırılması noktasında önemli bir model teşkil edebilmektedirler. (Suzuki, Nomura, Casadio, & Morasso, 2012)

TS sistemleri için Literatürde şimdiye kadar pek çok farklı kontrol yöntemi göze çarpmaktadır. Bunlar arasında Proportional-Integral-Derivative (PID) ve Proportional-Derivative (PD) kontrol, Model öngörülü kontrol, Fuzzy kontrol, Linear Quadratic Regulator (LQR), H_∞ kontrol, Kayan Kipli Kontrol v.b. gibi pek çok kontrol yönteminden bahsetmek mümkündür. (Ashok Kumar & Kanthalakshmi, 2018; Bălan, Mătieş, & Stan, 2005; Chawla, Chopra, & Singla, 2019; Irfan, Mehmood, Razzaq, & Iqbal, 2018; Roose, Yahya, & Al-Rizzo, 2017; Yu & Jian, 2014)

Bu kontrol yöntemlerinden bazıları lineer, bazıları ise lineer olmayan yöntemlerdir. PID ve LQR gibi lineer yöntemlerin performansı, tasarımcının deneyimine bağlı olarak, birtakım kontrol parametrelerinin uygun seçimi ile yakından ilgilidir. Kontrol tasarımının, lineerleştirilmiş sistem modeli üzerinden gerçekleşmesi durumunda ise kararsızlık ve zayıf kontrol performansı gibi sonuçlar doğabilmektedir. Lineer olmayan kontrol tasarım yaklaşımları ise referans takibi ve kararlılık problemlerinin çözümü noktasında elverişli olsalar da gerçeklenmeleri zor ve karmaşık kontrol yöntemleridir.

Bu noktada, kontrol yöntemlerine dair dezavantajların giderilmesi amacıyla, çeşitli yöntemlerin hibrit anlamda birlikte kullanımlarından tutunda, kontrolcü parametrelerinin uygun biçimde seçimini ya da optimizasyonunu gerçekleştirecek yöntem ve algoritmalara varıncaya kadar pek çok çözüm üzerinde durulmuştur. (Mahmoodabadi, Taherkhorsandi, Talebipour, & Castillo-Villar, 2015; Saifizul, Zainon, Abu Osman, Azlan, & Ibrahim, 2006; Soltanpour, Khooban, & Khalghani, 2016; Zamani, Karimi-Ghartemani, Sadati, & Parniani, 2009)

Araç üzerinde konumlu TS, sistem bozucuları ve ölçüm gürültüleri karşısında duyarlı ve kırılğan yapıdadır. Bozucuların, kontrol sisteminin performansı üzerindeki etkisi bir hayli büyük olup, kontrol kalitesinin düşmesine sebep olmaktadır. Bu problem karşısında, çözüm olarak müracaat edilen yöntemlerden biri de Lineer Quadratic Gaussian (LQG) olarak bilinen kontrol tasarım yöntemidir. LQG kontrol, Kalman Filtresi ile LQR kontrolün bir kombinasyonudur. Öyle ki LQR ile sistemin kararlılığı sağlanırken, bozucu etkilerinin bastırılması, Kalman filtresi olarak bilinen spesifik bir gözleyici yardımıyla sağlanmaktadır. TS sisteminin kontrolü amacıyla, LQG kontrol yaklaşımını benimseyen pek çok çalışma yapılmıştır.

Bu çalışma kapsamında, Beyaz Gaussian tipte sistem bozucularına ve ölçüm gürültüsüne maruz kalan, araç üzerinde konumlu TS sistemi için, referans girişin takibi hedeflenmektedir. Bu amaçla, referans takibi sağlamak üzere, LQG servo kontrol yaklaşımı benimsenmiştir.

Referans takibi için, LQG kontrol yapısı içinde, regülatör vazifesi icra etmekte olan, standart LQR kontrolcü yerine, izleme kabiliyetine sahip ve (Lineer Quadratic İntegral) LQI olarak bilinen, LQR türevi diyebileceğimiz bir kontrolcü kullanılmıştır. İzleme kabiliyeti kazandırmak için, referans ile sistem çıkışı arasındaki hatanın integral etkisi, LQR kontrolcüyü dahil edilerek sentezlenen LQI kontrolcü, bu anlamda modifiye edilmiş LQR olarak görülebilir. Tıpkı LQR gibi LQI kontrolcü de karesel bir performans ölçütünü minimize etmeye dayalı olarak tasarlanmaktadır.

Dolayısıyla, LQI için optimal kontrol kazancının hesabı, yine LQR için olduğu gibi, performans ölçütüne dair ağırlık matrisi parametreleri kullanılarak gerçekleştirilir.

Öte yandan, özellikle lineer olmayan sistemler için kontrolcü tasarımına dair önemli problemlerden biri de ideal kontrolcü parametrelerinin belirlenmesidir. Mümkün olan en iyi çözümü bulmayı garanti etmeseler de çoğu kez sezgiye dayalı ya da deneme yanılma esaslı yöntemler yardımıyla, bu parametrelerin belirlenmesine çalışılır. Ancak bu yöntemler, oldukça zaman alıcı ve zor süreçlerdir. Son zamanlarda lineer veya lineer olmayan sistemler için kontrolör parametrelerinin belirlenmesi probleminde, optimizasyon algoritmaları üzerinden çözüm aranmaya başlanmıştır. Tek çözümlü optimizasyon algoritmalarının yanı sıra, popülasyon tabanlı meta sezgisel algoritmalar kullanılarak da genellikle her türlü problem için optimum çözüme dair, iyi bir yaklaşıma ulaşmak mümkün olmaktadır. Bu çalışmada araç üzerinde konumlu TS sistemi için, referans girişin takibini gerçekleştirmek amacıyla kullanılacak olan, LQG servo kontrolcünün, bünyesindeki LQI bloğuna dair ağırlık matrislerinin, çok amaçlı optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Söz konusu ağırlık matrislerini optimize etmek amacıyla, Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması (MOPSO) kullanılmıştır.

MATERYAL VE METOD

LQR Kontrolcü Tasarımı

Durum uzayı modeli Denklem 1'de verilen, Lineer zamanla değişmeyen bir sistem üzerine, LQR kontrol uygulandığı taktirde, LQR kontrolcü, kendisinden beklenen performans çıktılarını ortaya koymak için üretmesi gereken kontrol işaretini, minimum enerji sarfı ile oluşturabilme kabiliyetine sahiptir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx$$

LQR kontrolcü tasarımı, optimal bir kontrol yöntemidir. LQR kontrol tasarımında, verilen bir performans ölçütünü minimize etmek için; $u = -Kx$ biçiminde optimal bir kontrol kuralına ulaşılmak istenir. Burada performans ölçütü,

$$J = \int_0^{\infty} \{x^T Qx + u^T Ru\} dt \quad (2)$$

Denklem 2'de verilen ve sistem durumlarının transient enerjisi ile kontrol enerjisinin kombinasyonu olarak düşünülen, karesel bir maliyet fonksiyonuna karşı gelmektedir. Burada yer alan pozitif tanımlı Q ve R matrisleri, performans ölçütüne dair ağırlık matrisleri olup, ilgili sistem durumlarının ve kontrolcü çıkışlarının, önemlerine binaen, ağırlıklandırılmaları maksadıyla kullanılırlar. Bu sebeptendir ki, bu ağırlık matrisleri kontrolcü için ayar parametreleri olarak iş görürler ve uygun biçimde seçilmeleri lazım gelir. Optimal kontrol kuralında yer alan K kazancının ifadesi;

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (3)$$

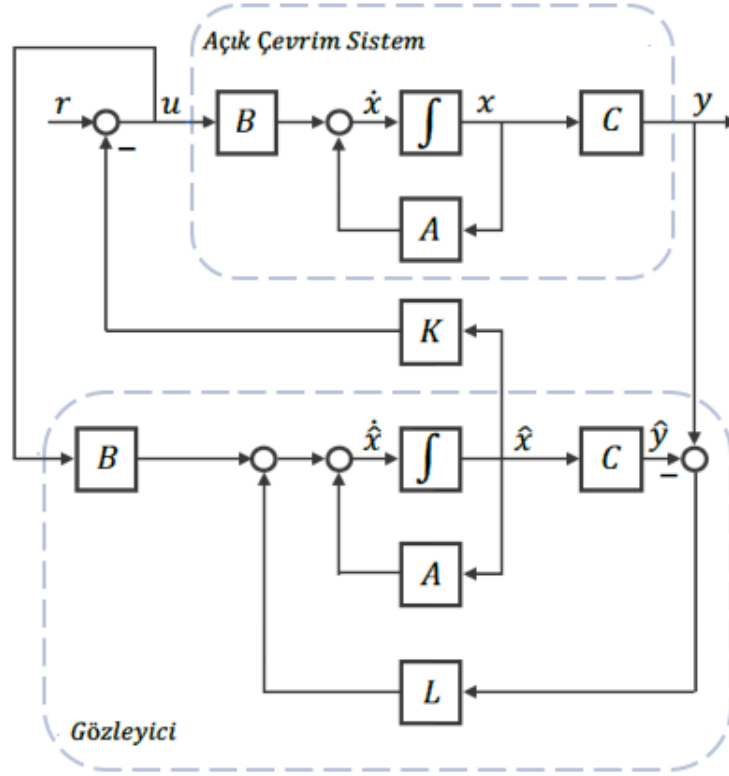
Denklem 3'teki cebirsel Riccati denkleminin çözümünü veren, pozitif tanımlı P matrisi yardımıyla,

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4)$$

Denklem 4'te verilen şekliyle karşımıza çıkar. Bununla beraber LQR kontrolcü için, $u = -Kx$ şeklindeki optimal kontrol kuralı, yapısı icabı, tam durum geri beslemesini gerektirmektedir. Bu ise, sistem durumlarının çıkışta tamamen ölçülebilir olmasıyla mümkün olur. Ancak, pratikte çoğu zaman, durumların bir kısmı ya da tamamı, çeşitli sebeplerden ötürü ölçülebilir olmaktan uzaktır. İşte bu noktada, ulaşılabilir ya da ölçülebilir olmayan durumların, tahmin edilebilirliği ya da gözlenebilirliği söz konusu olmaktadır. Sistem durumları, gözlenebilir, bir başka ifadeyle de tahmin edilebilir olduğu taktirde, durum geri beslemeli LQR kontrolcünün tasarımı, gözlenen durumlar üzerinden gerçekleştirilebilir.

Durum Gözleyiciler

Gözleyici tasarımı için, lineer bir sistemin, durum uzayı dinamik modeli hem sistemin gerçek durumu için hem de tahmin edilmek istenen durumu için tekraren oluşturulur. Bu iki matematik modelden ilki, sistemin gerçek modelini verirken, ikincisi ise gözleyici modeli olarak görülebilir. Denklemlerde yer alan \hat{x} tahmin edilen ya da gözlenen durumu ifade ederken, \hat{y} ise tahmin edilen ya da gözlenen çıkışı belirtmektedir.



Şekil 1. Durum Gözleyici Tabanlı, Durum Geri Beslemeli Kontrolcünün Blok Diyagramı.

Şekil 1'den de görüleceği üzere, gerçek model ile gözleyicinin ürettiği çıkışlar arasındaki fark, yani tahmin hatası, L geri besleme kazancı üzerinden gözleyiciye aktarılmaktadır. Bu sayede hatanın sıfırlanmasına çalışılmakta ve gözlenen durumun gerçek duruma yakınsaması hedeflenmektedir. Şekle bakıldığında, sistemin durum uzayı modeli ile gözleyicinin durum uzayı modelinin,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \quad (6)$$

$$\hat{y} = C\hat{x}$$

(4) ve (5) no'lu denklemlerdeki gibi olacağı görülmektedir. Denklem 6'da göze çarpan, $L(y - \hat{y})$ terimi, durum tahmin hatasını, L gözleyici kazancı üzerinden geri beslemek suretiyle, hata için gerekli düzeltmeyi gerçekleştirmektedir.

Denklem 6'daki gözleyici durum denklemlerini birleştirerek yeniden ifade edecek olursak, gözleyicinin durum uzayı modeli için,

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (7)$$

Denklem 7'deki sonuca ulaşılır. Dikkat edilirse, gözleyicinin girişlerinin, u ve y , çıkışının ise \hat{x} olduğu görülür. Dolayısıyla gözleyici, sistem durumlarını, ölçülebilir çıkışlar ve girişe dair bilgiyi kullanarak tahmin etmektedir. Gözleyiciler sayesinde sistemlerin tahmin edilen yani gözlenen durumları vasıtasıyla optimal durum geri beslemeli kontrolcünün tasarımı mümkün olsa da pratikte durum her zaman bu kadar kolay olmayabilir. Gözleyicinin tasarımı için kullanılan ölçülebilir durumlar yani çıkışlar üzerinde, ölçüm gürültüsü bulunabilir. Bunun yanı sıra modellenemeyen sistem dinamikleri ve parametrik belirsizliklerin sebep olduğu, sistem bozucularından da bahsedebiliriz. Bu tarz bozucuları, proses gürültüsü olarak adlandırmak da mümkündür. Böylesi gürültülerin mevcudiyeti halinde, kontrolcü tasarımının ihtiyaç duyduğu, durum tahmin problemi, Kalman Filtresi olarak bilinen gözleyici yardımıyla çözülür.

Kalman Filtresi

Proses ve ölçüm gürültüsü barındıran ve bu sebeple, stokastik hale gelerek, deterministik olmaktan çıkan sistemin, durum uzayı modeli,

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw_d \quad (8)$$

$$y = Cx + Hw_d + w_n$$

denklemleriyle ifade edilebilir. Burada w_d , proses gürültüsü oluşturan bozucu girdilere, w_n ise çıkışlardaki ölçüm gürültüsüne tekabül etmektedir. Proses ve ölçüm gürültüleri hakkında, birbirleriyle korelasyon içinde olmadıkları ve sıfır ortalamaya sahip, Gaussian Beyaz gürültü tarzında oldukları varsayımı yapılabilir. Bu tarz gürültüye maruz lineer stokastik sistemlerin optimal kontrolü söz konusu olduğu vakit, standart bir durum gözleyicisi tasarlamak mümkün olmamaktadır.

Kalman filtresi, bazı ön kabuller altında, gerçek durum ile tahmin edilen durum arasındaki, hatanın kovaryansını, öngörü ve düzeltme olmak üzere, iki basamaklı bir algoritma üzerinden, minimize etmek suretiyle işleyen, optimal bir gözleyicidir. (Welch & Bishop, 2006)

Kalman Filtresi için, gözleyici hatasının kovaryans ifadesi, denklemde verildiği gibidir.

$$P = E[(x - \hat{x})^T (x - \hat{x})] \quad (9)$$

w_d , proses gürültüsü ve w_n , ölçüm gürültülerine sahip sistem için, Kalman Filtresinin ürettiği, tahmin edilen duruma ilişkin, durum uzayı ifadesi Denklem 10'daki gibi olacaktır.

$$\dot{\hat{x}} = (A - L_K C)\hat{x} + Bu + L_K y \quad (10)$$

w_d ve w_n gürültü kovaryans matrisleri, sırasıyla Q_N ve R_N olmak kaydıyla, Optimal Kalman gözleyici kazancı L_K ,

$$AP + PA^T - PC^T R_N^{-1} CP + GQ_N G^T = 0 \quad (11)$$

Denklem 11'de verilen ve cebirsel Riccati denkleminin çözümü olan, P matrisi kullanılarak,

$$L_K = PC^T R_N^{-1} \quad (12)$$

Denklem 12'deki gibi elde edilmektedir.

LQG Servo Kontrolcü Tasarımı

Proses ve ölçüm gürültüsü olarak, Gaussian Beyaz Gürültü içeren, Lineer stokastik sistemlerin, Kalman filtresi kullanılmak suretiyle gerçekleştirilen, gözleyici tabanlı ve durum geri beslemeli optimal kontrolü, (Linear Quadratic Gaussian) LQG kontrol olarak adlandırılmaktadır. Kısaca ifade etmek gerekirse, LQG kontrol, Kalman Filtresi ile LQR kontrolün bir kombinasyonudur denilebilir. Üstelik, LQG kontrol yaklaşımında, Kalman filtresi ve LQR kontrolcü birbirlerinden bağımsız olarak tasarlanabilmektedirler. (Morimoto, 1990)

Denklem 8’de verilen, lineer stokastik sistem için, Denklem 10’da sunulan, Kalman Filtresi durum uzayı modeli ve LQR kontrolcüye dair, $u = -Kx$ biçimindeki optimal kontrol kuralı beraber ele alınıp, söz konusu ifadeler birleştirilecek olursa, çıkış geri beslemeli optimal LQG kontrolcü yapısına ulaşılmış olur. Bu şekilde hesaplanan kontrolcünün dinamiği Denklem 13’de verildiği gibi olacaktır.

$$\dot{\hat{x}} = (A - L_K C - BK)\hat{x} + L_K y \quad (13)$$

$$u = -K\hat{x}$$

Ancak burada LQR kontrol, isminden de anlaşılacağı üzere, regülatör yapıda olup, geri besleme yoluyla bozucu girişlere maruz kalan, kapalı çevrim sistem çıkışının, zaman sonsuza giderken, bir başlangıç durumundan hareketle, sifıra yakınsamasını hedeflemektedir. Bir diğer önemli geri besleme problemi ise kapalı çevrim sistem çıkışının, önceden belirlenmiş olan bir referansı izlemesidir ki, bu servo problemi olarak bilinmektedir. Referans takibi arzulanır ise yapılması gereken, standart LQR kontrolcü tasarımına, integral etkisinin dahil edilmesi olacaktır. Bu şekilde oluşturulan kontrol yaklaşımı, (Lineer Quadratic İntegral) kontrolcü LQI, olarak adlandırılmaktadır. LQI kontrolcü tasarımında da tıpkı LQR da olduğu gibi, tam durum geri beslemesi mevcut olup, bunun yanı sıra kontrolcüye referans takip kabiliyeti kazandıracak olan ve integratör üzerinden gerçekleştirilen, çıkış geri beslemesi söz konusudur.

Bu sayede kapalı çevrim sistem çıkışının, referans sinyal ile arasındaki fark, yani hata değeri integratörden geçirilmek suretiyle, hatanın integrali elde edilir. Tıpkı sistemin durumları gibi, integre edilmiş hata da K kazanç bloğu üzerinden optimal kontrol işaretinin üretilmesi amacıyla kullanılır. Oluşan yeni optimal kontrol kuralı;

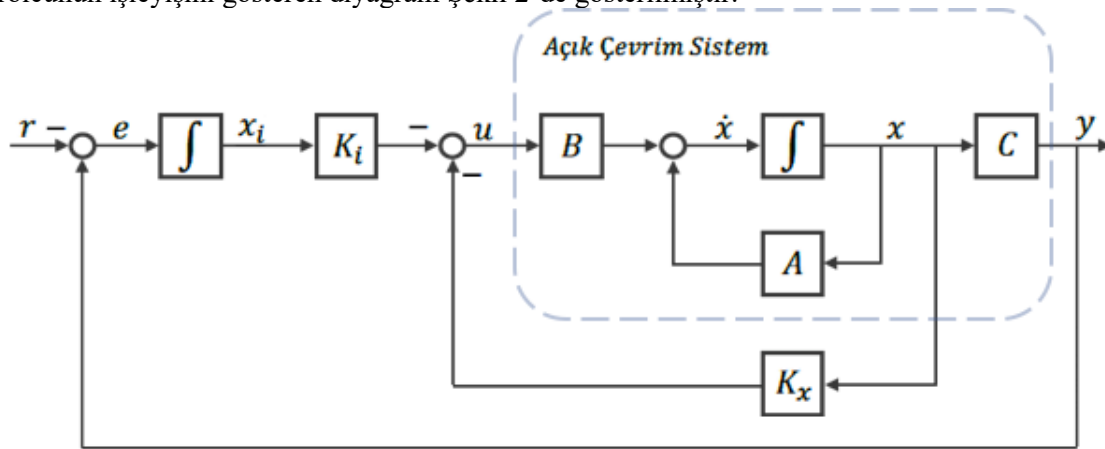
$$u = -Kz = [-K_x - K_i] \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

şeklinde olup, burada x_i integratörün çıkışını, yani hatanın integralini göstermektedir. Dolayısıyla K kazancı için, sistem durumlarının çarpanı olan kısım, K_x ile gösterilirken, integral hatanın çarpanı olan kısım, K_i ile temsil edilmektedir. Burada genişletilmiş durum vektörü $z = \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix}$, kullanılarak oluşturulan geri besleme kuralı, $u = -Kz$;

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Q z + u^T R u) dt \quad (15)$$

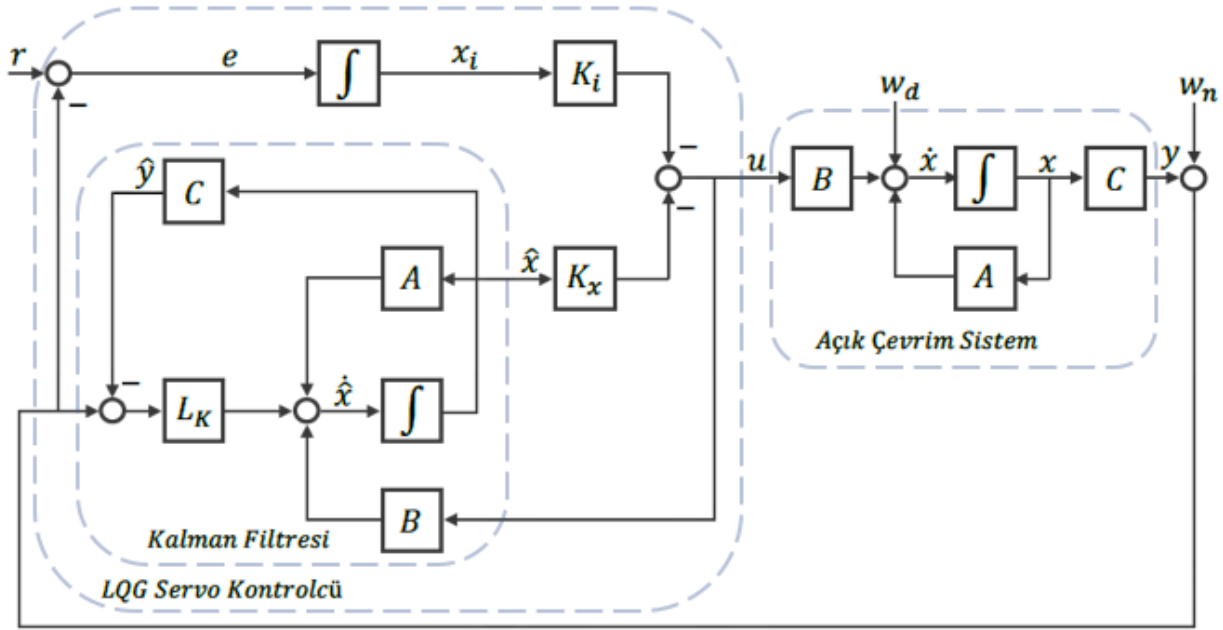
Denklem 15’deki maliyet fonksiyonuna tekabül eden performans ölçütünü minimize etmektedir.

LQI kontrolcünün işleyişini gösteren diyagram Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. LQI Kontrolcünün Blok Diyagramı.

Şekil 3’de verilen diyagramda görülen ve Kalman filtresi tabanlı gözleyici ile LQI kontrolcünün birlikteliği sonucu oluşan kontrol yaklaşımı, LQG Servo kontrolcü olarak bilinir. LQG Servo kontrolcü için durum uzayı modeli Denklem 16’da verilmiştir.



Şekil 3. LQG Servo Kontrolcü Blok Diyagramı.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_x - L_K C & -BK_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L_K \\ I & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ y \end{bmatrix}$$

(16)

$$u = [-K_x - K_i] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ x_i \end{bmatrix}$$

Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması (MOPSO)

Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) algoritmasının çok amaçlı versiyonu, birden çok amaç arasında varılan uzlaşmayı temsil eden, bir dizi baskın olmayan çözümü aramak için kullanılır. PSO algoritmasının dikkate aldığı, parçacık popülasyonunda bulunan her bir parçacık, kendine ait bir konum ve hıza sahip olmak üzere, çok boyutlu bir arama uzayında dolaşmaktadır. Algoritma çalışırken, sürü içindeki parçacıklar, kendilerinin şimdiye kadar buldukları en iyi çözüm (Pbest) ile tüm sürü üyeleri tarafından şimdiye kadar bulunmuş olan en iyi çözüm (Gbest) bilgilerini kullanırlar. Ancak Gbest'i, çok amaçlı optimizasyon anlamında tanımlama imkânı yoktur.

Çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonu algoritması (MOPSO), havuz adı verilen ve baskın olmayan çözümleri içeren harici bir veri deposunu kullanır. Parçacıklar için lider seçimi bu havuz içinden gerçekleşir. ($k = 1, 2, \dots, N_{pop}$) olmak üzere, k . parçacığın konumu, problemin mümkün çözümlerinden birine karşı gelir. ($t = 1, 2, \dots, Max_{it}$) olmak üzere, MOPSO algoritması $t + 1$ 'inci iterasyona ulaştığında, Denklem 17'de gösterildiği gibi, mevcut konumuna hızı eklenerek, k . parçacığın konumu güncellenir.

$$x_k(t + 1) = x_k(t) + v_k(t + 1) \quad (17)$$

Parçacığın hızı ise Denklem 18'deki gibi güncellenmektedir.

$$v_k(t + 1) = w * v_k(t) + b_1 * r_1 * (x_k^{bl} - x_k(t)) + b_2 * r_2 * (HVZ(h) - x_k(t)) \quad (18)$$

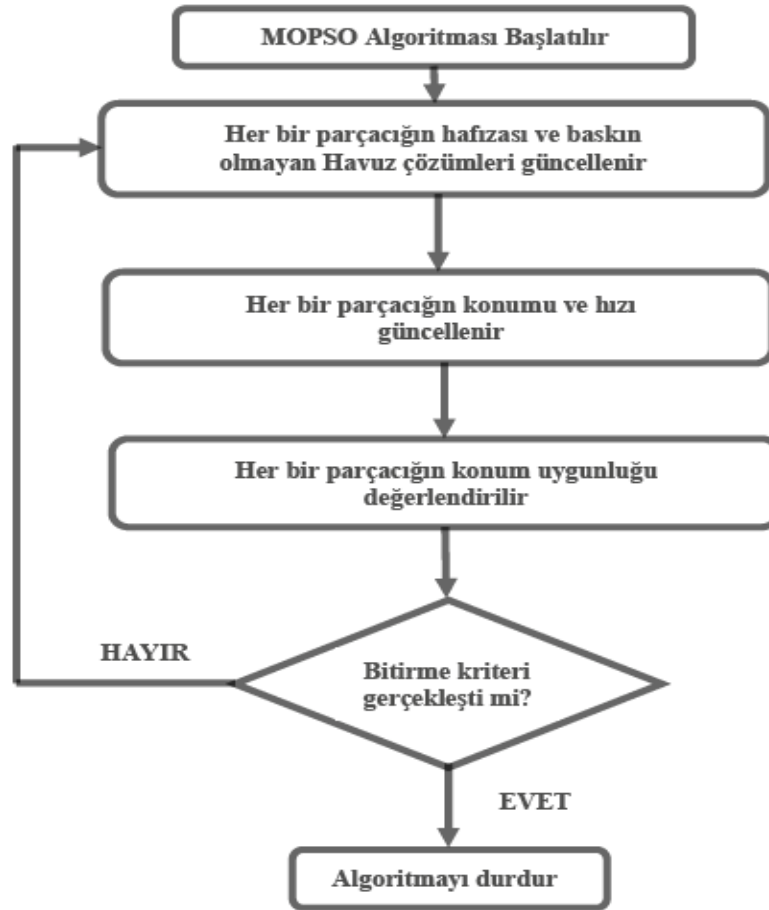
Burada, w eylemsizlik ağırlığını, b_1 ve b_2 ise sırasıyla, bilişsel ve sosyal öğrenme faktörlerini göstermekte olup, r_1 ve r_2 değerleri $[0,1]$ aralığından seçilen rastgele sayılara tekabül etmektedir. x_k^{bl} k . parçacığın en iyi konumudur ve $HVZ(h)$, havuzdan alınan, baskın olmayan bir çözümü ifade eder. Harici havuzun temel amacı, arama süreci boyunca bulunan, baskın olmayan vektörlerin geçmiş kaydını tutmaktır. Pareto cephelerinin dağılımı h 'nin seçimine

bağlıdır. Bir parçacık için, konum ve hızına dair güncelleme işlemi bittiğinde, parçacığın en iyi konumu da güncellenmiş olmalıdır. (Abdollahzadeh, Atashgar, & Abbasi, 2016)

“>” gösterimi baskınlığı ifade etmek kaydıyla, güncelleme Denklem 19’daki gibi gerçekleşir;

$$x_k^{bl}(t+1) = \begin{cases} x_k^{bl}(t) & x_k^{bl}(t) > x_k(t+1) \\ x_k(t+1) & x_k(t+1) > x_k^{bl}(t) \\ x_k^{bl}(t) \text{ veya } x_k(t+1) \text{ rastgele seçilir} & \text{Aksi taktirde} \end{cases} \quad (19)$$

Sözlerle ifade etmek gerekirse, mevcut en iyi konum, güncellenmiş konuma baskın ise güncel en iyi konum, mevcut en iyi konuma eşit olur. Güncellenmiş konum, mevcut en iyi konuma baskın ise güncel en iyi konum, güncel konuma eşit olacaktır. Aksi taktirde, güncel en iyi konum, mevcut en iyi konum ile güncel konum arasından rastgele seçilir. Şekil 4 MOPSO algoritmasının yapısını göstermektedir.

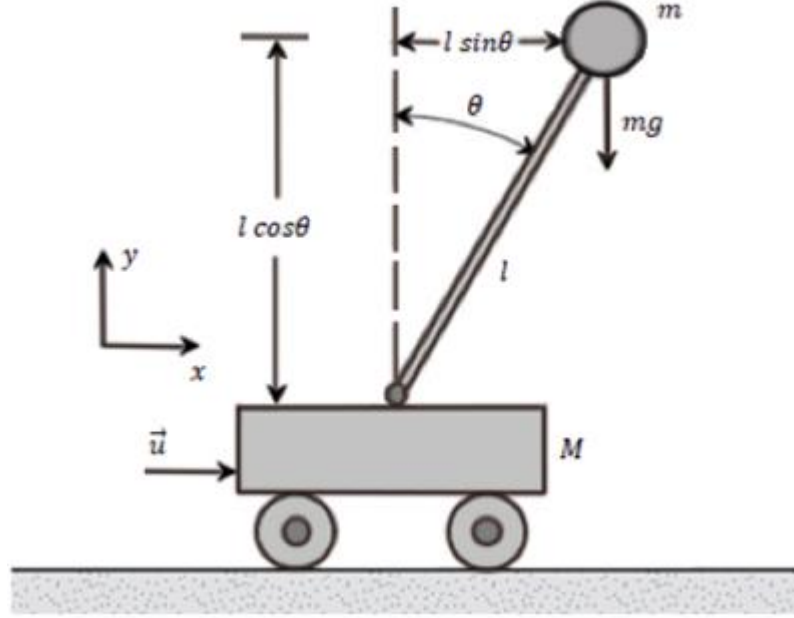


Şekil 4. MOPSO Algoritması İçin Akış Diyagramı.

Şekil 4’te gösterildiği gibi, Rastgele seçilen çözüm adayı parçacıklardan oluşan, bir başlangıç popülasyonu ile algoritma başlatılır. İkinci aşamada, bir parçacık tarafından şimdiye kadar bulunan en iyi çözüm ve baskın olmayan çözümlerin havuzu güncellenir. Her parçacığın hızı ve konumu, üçüncü aşamada (16) ve (17) no’lu Denklemlere göre güncellenir. Dördüncü aşamada, her bir parçacığın konum uygunluğu değerlendirilir. Son aşamada ise iterasyon sayısı, algoritmanın durdurma kriteri olarak kullanılır. Sürecin devam etmesine izin verilmesi durumunda ikinci aşamaya geçilir.

Araç Üzerinde Konumlu Ters Sarkaç Modeli

İki serbestlik derecesine sahip, araç üzerinde konumlu TS sistemi yatayda x eksenini boyunca hareket edebilmektedir. Sarkacın bir ucu araç üzerindeki hareketli ekleme noktasına bağlı iken diğer ucu $x - y$ düzleminde serbestçe hareket edebilmektedir. TS sistemi kararsız olup, uygulanan kontrole bağlı olarak, aracın yatayda hareket ettirilmesi sonucu oluşan, sürekli dengeleme kuvveti F yardımıyla, sisteminin kararsız denge konumunda tutulması amaçlanır.



Şekil 5. Araç Üzerinde Konumlu Ters Sarkacın Parametrik Gösterimi.

Şekil 5'te parametrik gösterimi verilen, TS sisteminin, Lagrange denklemleri yardımıyla türetilen ve lineer olmayan dinamik denklemleri, Taylor Serisi açılımıyla, sarkacın dik durduğu kararsız denge noktası civarında, lineerleştirilmiştir. Sonrasında, bulunan lineer denklemler kullanılarak, sistemin Durum Uzayı matematik modeli Denklem 20'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b/M & mg/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & b/Ml & -g(m+M)/Ml & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \\ 0 \\ -1/Ml \end{bmatrix} \cdot u \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u$$

Denklem 20'de yer alan parametrelerin, karşı geldiği fiziksel nicelikler ve değerleri Tablo 1'de belirtildiği gibidir.

Tablo 1. TS Sisteminin Parametreleri ve Bunlara Karşılık Gelen Değerler.

Parametre	Sembol	Değer	Birim
Aracın kütlesi	M	5	kg
Sarkacın kütlesi	m	1	kg
Çubuğun boyu	l	2	m
Araç ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı	b	1	Ns/m
Yerçekimi ivmesi	g	-10	m/s^2
Araca uygulanan kuvvet	u	-	N
Aracın konumu	x	-	m
Aracın hızı	v	-	m/s
Sarkacın açısı	θ	-	rad
Sarkacın açısal hızı	ω	-	rad/s

Araç Üzerinde Konumlu Ters Sarkaca Uygulanan, LQG Servo Kontrolcü Ağırlık Matrislerinin, MOPSO ile Optimize Edilmesi

Durum uzayı Matematik modeli Denklem 20’de sunulan, araç üzerinde konumlu TS sistemi, Beyaz Gaussian Gürültü formunda sistem bozucularına ve ölçüm gürültüsüne maruz bırakılarak, sistemin basamak referansı takibi arzulanmaktadır. Referans takibi sağlamak ve denge noktası civarında kararlılığı sürdürmek adına, LQG servo kontrolcü tasarlanmıştır.

Bozucu ve sensör gürültüsü olarak, önce -60 dB ardından -75 dB gücünde Gaussian Beyaz Gürültü uygulanan TS sisteminin, LQG servo kontrolcü altında, simülasyon çalışmaları yapılmıştır.

Kontrolcü içerisinde, referans takibi amacıyla kullanılan, LQI bloğu için optimal kontrol kazancı, Denklem 15’teki performans ölçütüne dair, Q ve R ağırlık matrisi parametreleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu ağırlık matrisleri kontrolcünün ayar parametreleridir ve arzulan kontrol gereksinimlerini elde edebilmek için optimize edilmeleri gerekir. Kontrol gereksinimleri, amaç fonksiyonları ile belirlenmiştir.

Q ve R ağırlık parametrelerinin optimizasyonu, söz konusu amaç fonksiyonlarını minimize edecek şekilde, çok amaçlı bir algoritma olan MOPSO kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Belirlenen iki ayrı amaç fonksiyonu;

$$f_1(Q, R) = \int_0^{\infty} e^T e dt$$

$$f_2(Q, R) = \frac{1}{c + \max\{\text{abs}(\text{real}[\text{eig}(A - BK)])\}}$$
(21)

Denklem 21’deki gibi seçilmiştir.

LQI, ağırlık matrisleri Q ve R aşağıdaki gibi köşegen formdadırlar.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{nn} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{mm} \end{bmatrix}$$

Matrislerin köşegen elemanlarını birleştirerek elde etmiş olduğumuz $n + m$ bileşenli ve $\text{deg} = [q_{11}, q_{22}, \dots, q_{nn}, r_{11}, r_{22}, \dots, r_{mm}]$ şeklinde tanımlı vektör, amaç fonksiyonlarının değişkeni olarak alınır. Amaç

fonksiyonlarının Denklem 22'deki gösterimleri üzerinden, çok amaçlı optimizasyon probleminin yapısı Denklem 23'teki gibi olur.

$$f_1(deg) = \int_0^{\infty} e^T e dt, f_2(deg) = \frac{1}{c + \max(\text{abs}(\text{real}(A-BK)))}, f(deg) = (f_1(deg), f_2(deg)) \quad (22)$$

$$\min f(deg)$$

$$\text{kısıt: } deg_i > 0 \quad 0 < i \leq n + m$$

$$(23)$$

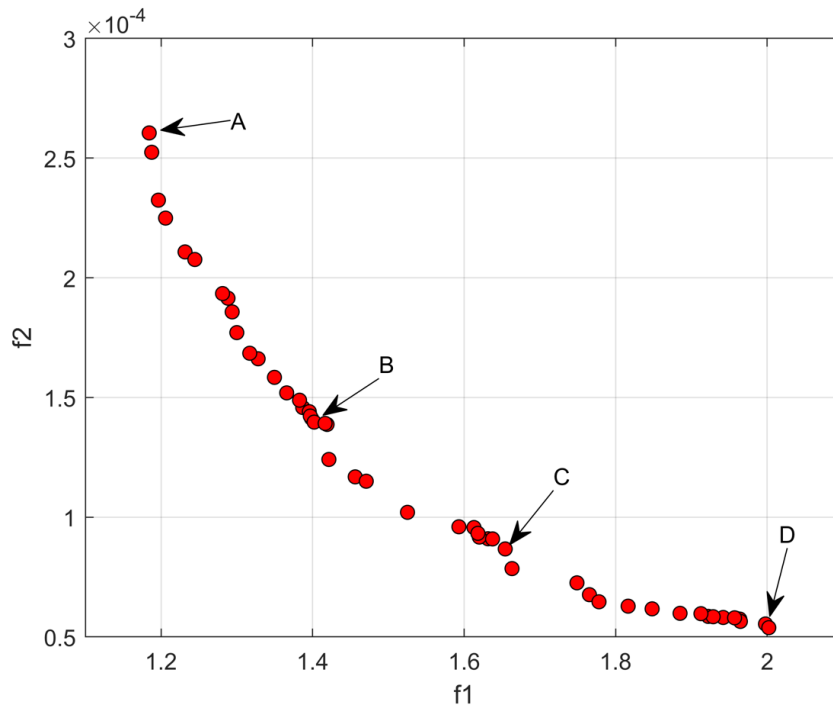
" deg_i ", " deg " vektörünün i . bileşenidir.

Q ve R matrislerinin optimizasyonunda kullanılan, MOPSO algoritmasına dair seçilmiş ayarlar Tablo 2'de verilmiştir.

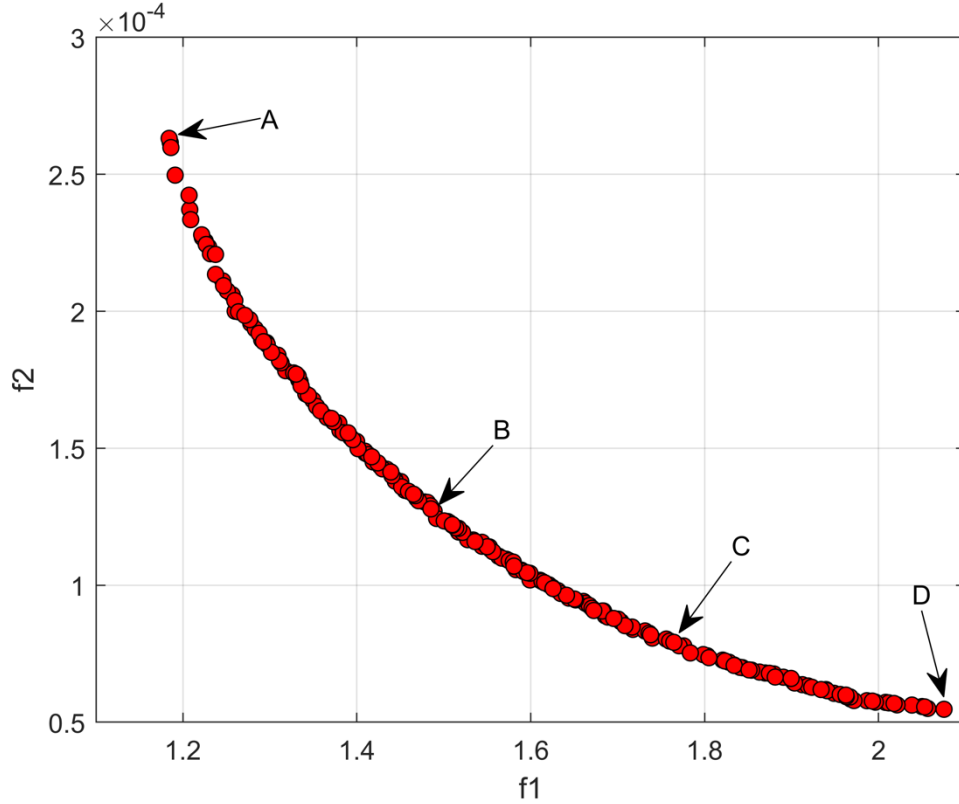
Tablo 2. MOPSO Algoritmasının Seçilen Parametre Değerleri.

MOPSO parametreleri	Değeri
Popülasyondaki parçacık sayısı	200
Havuzdaki parçacık sayısı	200
Eylemsizlik Ağırlığı	0.4
Maksimum nesil sayısı	20
Bilişsel Öğrenme Faktörü	2
Sosyal Öğrenme Faktörü	2

Bozucu ve sensör gürültüsü olarak, sisteme önce -60 dB sonra ise -75 dB gücünde Gaussian Beyaz Gürültüler uygulanmıştır. Her iki duruma dair, MOPSO yardımıyla optimize edilmiş olan Q ve R ağırlık matrisleri için, f_1 , f_2 amaç fonksiyonlarının Pareto-Front grafikleri Şekil 6 ve Şekil 7'de verildiği gibi olmaktadır.

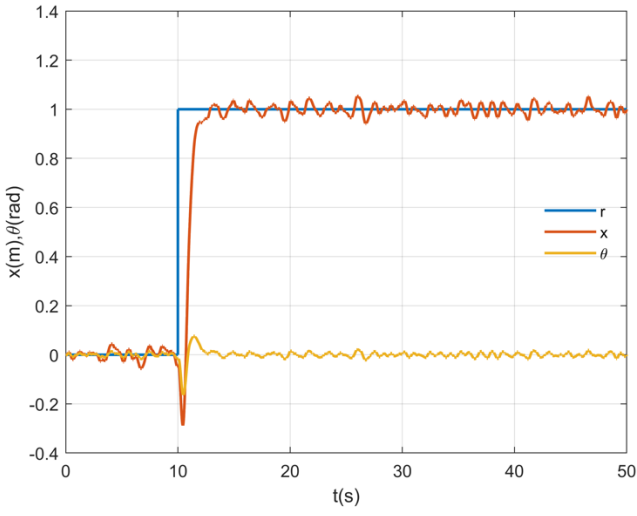


Şekil 6. TS İçin Bozucu ve Sensor Gürültüsü Güç Değeri -60 dB İken Amaç Fonksiyonlarının Pareto Front Grafiği.

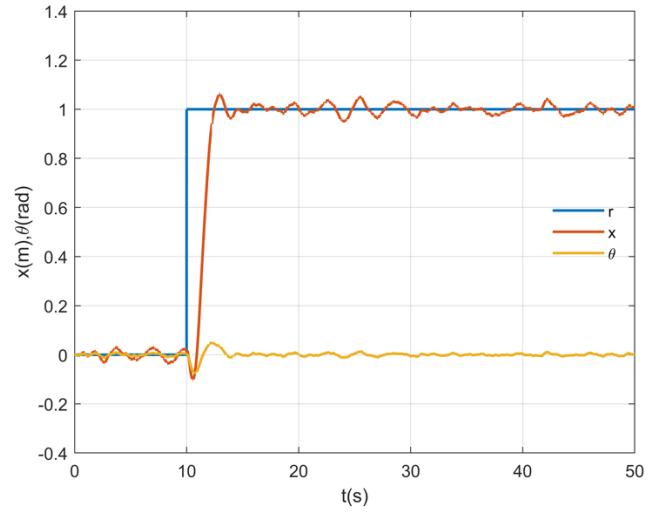


Şekil 7. TS İçin Bozucu ve Sensor Gürültüsü Güç Değeri -75 dB İken Amaç Fonksiyonlarının Pareto Front Grafiği.

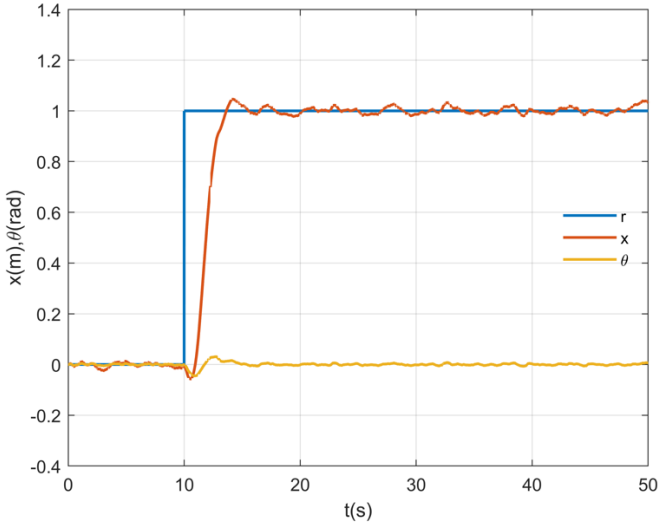
Sırasıyla, -60 ve -75 dB gücündeki, iki farklı gürültü için elde edilmiş olan, her bir Pareto Front grafiği üzerinde, **A, B, C, D** gibi 4 farklı nokta belirlenmiştir. Seçilen bu noktalar, 4 farklı **Q** ve **R** ağırlık matrisi çiftini göstermektedir. Her ağırlık matrisi çiftine, farklı bir **LQG** servo kontrolcü tekabül eder ve bunların sergilediği performanslar Şekil 8 ve Şekil 9’da ayrı ayrı sunulmuştur. Seçilen her bir **LQG** servo kontrolcü, sarkacı taşıyan aracın, $t=10$ s anında uygulanan birim basamak referansı izlemesini sağlamaktadır. Kontrolcü bunu gerçekleştirirken aynı zamanda, sarkacın kararsız olan dik denge konumunu da korumaya çalışmaktadır.



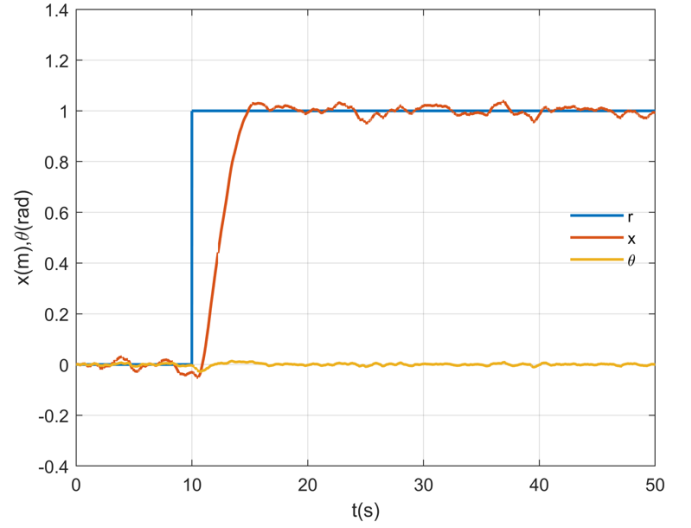
A



B



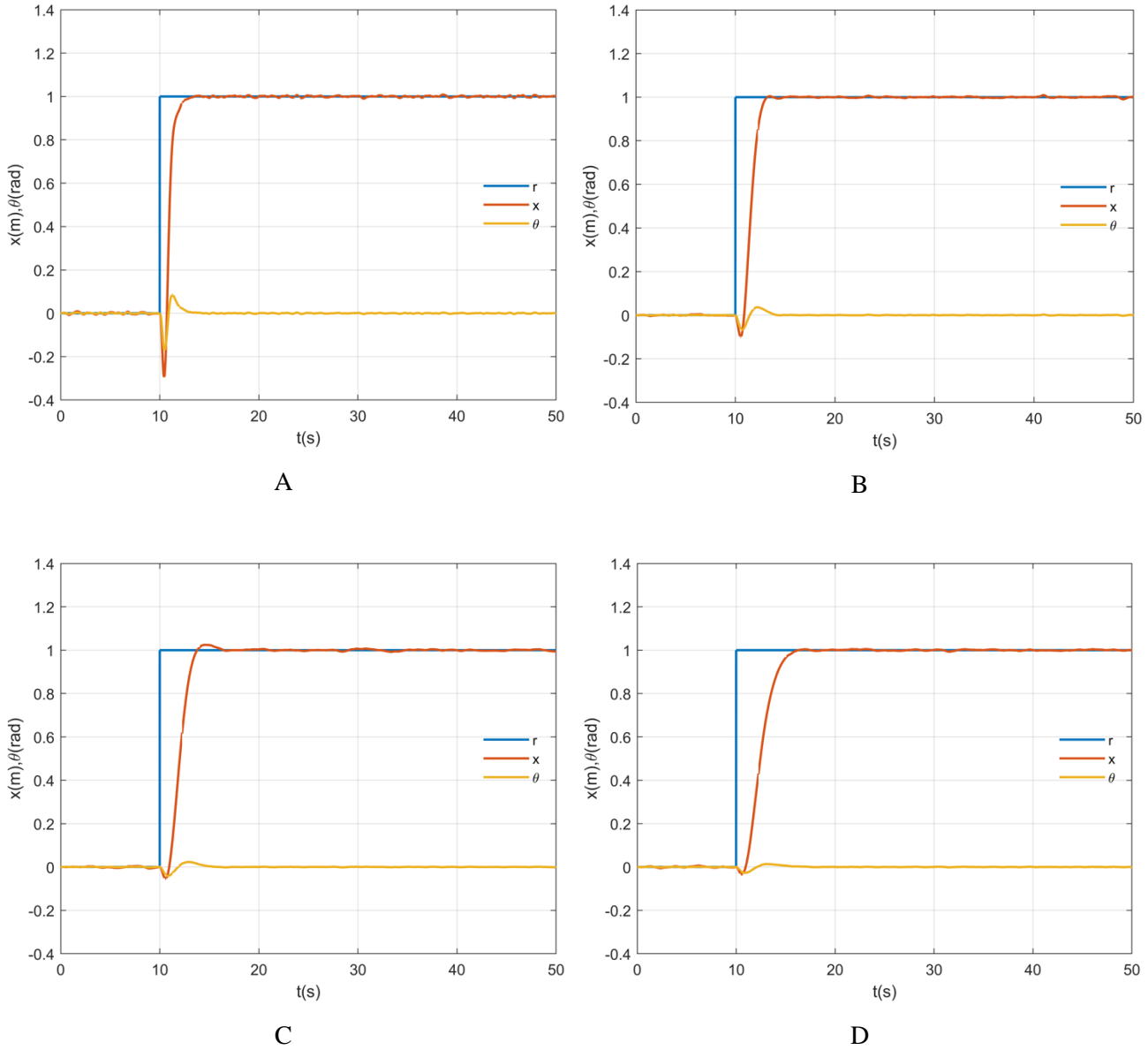
C



D

Şekil 8. TS İçin Bozucu ve Sensor Gürültüsü Güç Değeri -60 dB İken, Şekil 6'da Gösterilen A, B, C, D Pareto

Optimal Noktalarına Dair LQG Servo Kontrolcü Performansları.



Şekil 9. TS İçin Bozucu ve Sensor Gürültüsü Güç Değeri -75 dB İken, Şekil 7’de Gösterilen A, B, C, D Pareto

Optimal Noktalarına Dair LQG Servo Kontrolcü Performansları.

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

TS sistemi üzerinde yapılan simülasyon çalışmaları, bozucu ve sensör gürültüsü anlamında sisteme, önce -60 dB ve sonra -75 dB gücünde, iki farklı Gaussian Beyaz gürültünün girdiği kabul edilerek ayrı ayrı iki kez gerçekleştirilmişlerdir. Bu iki simülasyon sonunda oluşan, Şekil 6 ve Şekil 7’deki Pareto-Front grafikleri üzerinde, A noktasından D noktasına doğru gidildikçe f_1 amaç fonksiyonunun değerinin artmakta olduğu görülür. Bu durum konum hatası için, enerjinin büyümekte olduğu anlamını taşır. Seçilen A, B, C ve D noktalarına karşı gelen, ağırlık matrisi çiftlerinin, her biri için tasarlanmış olan, 4 farklı **LQG** servo kontrolcünün, TS üzerinde gerçekleştirilen simülasyon sonuçları bunu doğrular şekildedir. Grafiklere bakıldığında, A’dan D’ye doğru, referans takibi anlamında, kararlı duruma ulaşma zamanının gitgide uzadığını, sistemin referansı yakalamasının daha uzun sürdüğünü görmekteyiz. f_2 amaç fonksiyonunun değeri ise A noktasından D noktasına doğru gidildikçe azalmakta, yani sol yarı "s" düzleminde yer alan kapalı çevrim sistem kutupları, imajiner eksenden uzaklaşmaktadır. Bu durumda, grafiklerden de görüldüğü gibi, özellikle sarkacın dik denge konumu etrafındaki salınımları için sönüm etkisinin arttığı izlenmektedir. Vurgulanması gereken nokta, **LQG** servo kontrolcü tasarımının, Pareto-Front grafiği

üzerindeki, hangi nokta baz alınarak yapılacağıdır. Bu konuda seçim yapılırken, hangi kontrol gereksinimlerinin, ne ölçüde önem arz ettiği belirlenir. Buradan hareketle beklentilerin dengeli bir kombinasyonu tercih edilmeye çalışılır.

KAYNAKLAR

- Abdollahzadeh, H., Atashgar, K., & Abbasi, M. (2016). Multi-objective opportunistic maintenance optimization of a wind farm considering limited number of maintenance groups. *Renewable Energy*, 88(April), 247–261. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.11.022>
- Ashok Kumar, M., & Kanthalakshmi, S. (2018, August 1). H ∞ tracking control for an inverted pendulum. *JVC/Journal of Vibration and Control*. SAGE Publications Inc. <https://doi.org/10.1177/1077546317750977>
- Bălan, R., Mătieș, V., & Stan, S. (2005). A solution of the inverse pendulum on a cart problem using predictive control. In *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (Vol. I, pp. 63–68)*. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ISIE.2005.1528889>
- Chawla, I., Chopra, V., & Singla, A. (2019). Robust LQR Based ANFIS Control of x-z Inverted Pendulum. *Proceedings - 2019 Amity International Conference on Artificial Intelligence, AICAI 2019*, 818–823. <https://doi.org/10.1109/AICAI.2019.8701333>
- Irfan, S., Mehmood, A., Razzaq, M. T., & Iqbal, J. (2018). Advanced sliding mode control techniques for Inverted Pendulum: Modelling and simulation. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 21(4), 753–759. <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2018.06.010>
- Li, W., Ding, H., & Cheng, K. (2012). An investigation on the design and performance assessment of double-PID and LQR controllers for the inverted pendulum. In *Proceedings of the 2012 UKACC International Conference on Control, CONTROL 2012 (pp. 190–196)*. <https://doi.org/10.1109/CONTROL.2012.6334628>
- Mahmoodabadi, mj, Taherkhorsandi, m., Talebipour, m., & Castillo-Villar, kk. (2015). Adaptive robust PID control subject to supervisory decoupled sliding mode control based upon genetic algorithm optimization. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 37(4), 505–514. <https://doi.org/10.1177/0142331214543295>
- Mishra, S. K., & Chandra, D. (2014). Stabilization and Tracking Control of Inverted Pendulum Using Fractional Order PID Controllers. *Journal of Engineering (United Kingdom)*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/752918>
- Morimoto, H. (1990). Adaptive LQG Regulator via the Separation Principle. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(1), 85–88. <https://doi.org/10.1109/9.45150>
- Roose, A. I., Yahya, S., & Al-Rizzo, H. (2017). Fuzzy-logic control of an inverted pendulum on a cart. *Computers and Electrical Engineering*, 61, 31–47. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2017.05.016>
- Saifizul, A. A., Zainon, Z., Abu Osman, N. ., Azlan, C. A., & Ibrahim, U. F. . U. (2006). Intelligent Control for Self-erecting Inverted Pendulum Via Adaptive Neuro-fuzzy Inference System. *American Journal of Applied Sciences*, 3(4), 1795–1802. <https://doi.org/10.3844/ajassp.2006.1795.1802>
- Singh, K., Nema, S., & Padhy, P. K. (2014). Modified PSO based PID sliding mode control for inverted pendulum. In *2014 International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies, ICCICT 2014 (pp. 722–727)*. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/ICCICT.2014.6993054>
- Soltanpour, M. R., Khooban, M. H., & Khalghani, M. R. (2016). An optimal and intelligent control strategy for a class of nonlinear systems: Adaptive fuzzy sliding mode. *JVC/Journal of Vibration and Control*, 22(1), 159–175. <https://doi.org/10.1177/1077546314526920>
- Suzuki, Y., Nomura, T., Casadio, M., & Morasso, P. (2012). Intermittent control with ankle, hip, and mixed strategies during quiet standing: A theoretical proposal based on a double inverted pendulum model. *Journal of Theoretical Biology*, 310, 55–79. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2012.06.019>
- Vinodh Kumar, E., & Jerome, J. (2013). Robust LQR controller design for stabilizing and trajectory tracking of inverted pendulum. In *Procedia Engineering (Vol. 64, pp. 169–178)*. Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.088>
- Welch, G., & Bishop, G. (2006). An Introduction to the Kalman Filter. In *Practice*, 7(1), 1–16. <https://doi.org/10.1.1.117.6808>

Yu, L. H., & Jian, F. (2014). An inverted pendulum fuzzy controller design and simulation. In Proceedings - 2014 International Symposium on Computer, Consumer and Control, IS3C 2014 (pp. 557–559). IEEE Computer Society. <https://doi.org/10.1109/IS3C.2014.151>

Zamani, M., Karimi-Ghartemani, M., Sadati, N., & Parniani, M. (2009). Design of a fractional order PID controller for an AVR using particle swarm optimization. *Control Engineering Practice*, 17(12), 1380–1387. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2009.07.005>