



# Kahramanmaraş Sütçü İmam University Journal of Engineering Sciences



Geliş Tarihi : 14.01.2024  
Kabul Tarihi : 26.03.2024

Received Date : 14.01.2024  
Accepted Date : 26.03.2024

## METALLERİN YAPIŞTIRMA BAĞLANTILARININ FARKLI MODELLEME YAKLAŞIMLARI KULLANARAK SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE KARŞILAŞTIRMALI STATİK YÜKLEME ANALİZİ

### COMPARATIVE FINITE ELEMENT ANALYSIS OF STATICALLY LOADED ADHESIVELY BONDED METALLIC STRUCTURES USING DIFFERENT MODELLING APPROACHES

Faik Fatih KORKMAZ<sup>1\*</sup> (ORCID: 0000-0003-3664-0328)  
Kadir ÇAVDAR<sup>2</sup> (ORCID: 0000-0001-9126-0315)

<sup>1</sup> Bursa Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bursa, Türkiye

<sup>2</sup> Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Bursa, Türkiye

\*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Faik Fatih KORKMAZ, 502010076@ogr.uludag.edu.tr

#### ÖZET

Yapışma bağlantıları hafiflik, estetik nihai ürün, titreşim sönümlenme, malzeme çeşitliliği ve kolay kullanım gibi avantajlar ile ön plana çıkmaktadır. Yapışma bağındaki yük dağılımını ve dayanımını hesaplamak için kullanılan yöntemlerden biri sonlu elemanlar yöntemidir. Sonlu elemanlar yöntemi mühendislik problemlerinin çözümünde, karmaşık yapıların gerçeğe yakın analizlerinde ve tasarım optimizasyonu çalışmalarında kullanılan bir sayısal yöntemdir. Havacılık, otomotiv, savunma ve inşaat sektörleri gibi birçok endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışma daha az sayıda düğüm noktası kullanarak bir çift bindirmeli yapışma bağındaki gerilme dağılımını hesaplamayı amaçlamaktadır. Bu kapsamda yapışma bağlantısının statik yükleme analizleri farklı modelleme yaklaşımları ile analiz edilmiştir. Öncelikle yakınsama analizi yapılarak eleman sayısının etkisi incelenmiştir. Sonuçlar doğrultusunda tek boyutlu, iki boyutlu, üç boyutlu ve hibrit eleman yaklaşımlarını içeren 5 farklı model aynı sınır koşulu ve yükleme durumu için karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, 50 kat daha az sayıda düğüm noktası kullanarak gerilme dağılımları %2,6 bağıl fark ile benzer hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Yapışma bağı, sonlu elemanlar yöntemi, SEY, statik yükleme analizi

#### ABSTRACT

Adhesion joints stand out with advantages such as lightness, aesthetic final product, vibration damping, material diversity, and easy use. One of the methods used to calculate load distribution and strength of the adhesive bond is the finite element method. The finite element method is a numerical method used in solving engineering problems, realistic analysis of complex structures, and design optimization studies. It is widely used in many industries such as aerospace, automotive, defense, and civil engineering. This study aims to calculate the stress distribution in a double-lap adhesive bond using fewer finite elements and nodes. In this scope, static loading analyses of the adhesion joint have been analyzed with different modeling approaches. First, convergence analysis has been performed. Next, 5 different models including approaches that use one-dimensional, two-dimensional, three-dimensional, and hybrid elements have been compared for the same boundary and loading condition. Finally, by using a 50 times reduced number of nodes, stress distributions have been calculated similarly with a relative difference of 2.6%.

**Keywords:** Adhesive bonding, finite element method, FEM, static loading analysis

ToCite: KORKMAZ F. F., & ÇAVDAR, K., (2024). METALLERİN YAPIŞTIRMA BAĞLANTILARININ FARKLI MODELLEME YAKLAŞIMLARI KULLANARAK SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE KARŞILAŞTIRMALI STATİK YÜKLEME ANALİZİ. *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 27(3), 763-778.

## GİRİŞ

Yapıştırıcı ile yapıştırma, çeşitli ürünlerin imalatında ve onarımında kullanılan bir birleştirme ve montaj tekniğidir. Bu teknikte, bileşenler yapıştırıcılar kullanılarak birbirine yapıştırılır. Mevcut yapıştırıcı türleri araçlar, cep telefonları, kişisel bakım ürünleri, binalar, bilgisayarlar ve tıbbi cihazlar gibi çeşitli ürünlerde çok sayıda malzemenin birbirine yapıştırılmasına olanak tanır (FEICA - European Association of the Adhesive ve Sealant Industry). Günümüz endüstrisinde yapıştırma otomotiv, yarı iletken levhası, tıp, ev uygulamaları ve paketleme gibi farklı sektörlerde kullanılmaktadır.

Yapıştırma tekniği yüzyıllardır geleneksel bir birleştirme yöntemi olarak kullanılmıştır. Son 80 yılda bu teknik önemli ölçüde ilerlemiştir. Örneğin 2009 yılına kadar otomobil yapıştırıcılarına olan talep çok hızlı artmış ve araç başına kullanılan yapıştırıcı maddesi 20 kg civarına ulaşmıştır. Havacılık endüstrisinde, Boeing 787 ve Airbus A350 uçaklarında giderek daha fazla yapıştırıcı kullanılmıştır (He, 2011). Uygulama kolaylığı, zaman ve maliyet tasarrufu, korozyon ve yorulma direnci, çatlama geciktiriciliği ve iyi sönümlenme özellikleri sebebiyle yapıştırma tekniği yaygın kullanıma sahiptir (He, 2011).

Yapışma bağının davranışını, yük dağılımını ve dayanımını hesaplamak için kullanılan yöntemlerden biri sonlu elemanlar yöntemidir (SEY). SEY kullanılarak gerçekleştirilen yapısal analiz çalışmalarında, geometri çok sayıda küçük sonlu elemanlara ayrılır. Bu elemanlar birbirlerine ortak düğüm noktaları ile bağlıdır. Her bir elemanın komşu eleman ile ilişkisi lineer denklemler ile ifade edilir. Tüm denklemler birleştirildiğinde ise serbestlik derecesi kadar bilinmeyen bulunan bir lineer denklem sistemi elde edilir. Burada serbestlik derecesi, her bir düğüm noktasının ötelenme ve dönme değerleridir. Lineer denklem sistemi, sayısal yöntemler ile hesaplanarak geometrinin sınır koşulları altındaki davranışı belirlenmiş olur (Logan, 2002; Günay, 1993). Yapısal analiz, bir yükü desteklemek için kullanılan parçaların veya bağlantılı parça sistemlerinin emniyet ve hizmet verilebilirlik hesaplamalarında kullanılır (Hibbeler & Tan 2006). Bu yapılara binalar, köprüler, otomobiller ve basınçlı kaplar gibi örnekler verilebilir. Mühendislik faaliyetlerinde yapısal analiz, tasarımın mekanik davranışını simüle eder ve test yapmadan yapının dayanımını öngörmeyi sağlar (Chang, 2015). Bir yapı tasarlanırken ekonomik ve çevresel şartlar göz önünde bulundurularak yapısal analiz faaliyetleri gerçekleştirilmelidir.

Bir yapısal analizin çalışması için gerekli girdiler şu şekilde sıralanabilir: analiz türü, malzeme modeli, sınır koşulları ve sonlu elemanların oluşturulması. Bu girdiler ilerleyen paragraflarda ayrı ayrı ele alınmıştır.

Analizin amacı ve analiz sonucunda değerlendirilecek çıktılar doğrultusunda her bir girdinin doğru seçilmesi gerekir. Örneğin sıcaklığın değişimi sonucunda yapıdaki gerilme dağılımını incelemek için malzemenin sıcaklığa bağlı özelliklerini tanımlayan bir malzeme modeli tercih edilmelidir. Literatürdeki çalışmalar dikkate alınarak yapışma bağlantılarında kullanılan analiz türleri ve analiz çıktıları Tablo 1’de derlenmiştir.

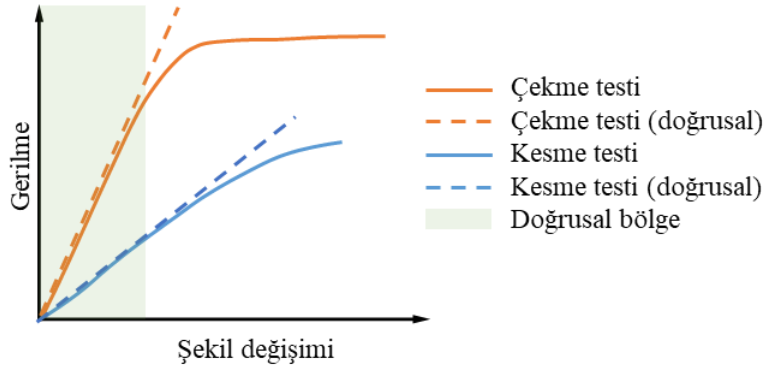
**Tablo 1.** Analiz Türüne Göre Analiz Çıktısı (He, 2011)

Analiz Türü	Açıklama	Analizin Çıktısı
Statik Yükleme	Yapının belirli yükleri taşıması gereklidir. Statik yükleme analizinde bu davranış incelenir.	Gerilme – uzama ilişkisi, gerilme dağılımı, bağlantı mukavemeti
	Kırılma ve hasar analizi çatlak başlangıcı ve yayılmasını inceler.	Çatlak ilerlemesi, plastik deformasyon, bağlantının ayrılması ve hasar durumu
Çevresel Davranış	Yapışma bağlantısı çevre şartları ve zamanla farklı davranış sergiler.	Nemin etkisi, sıcaklık etkisi
Yorulma Analizi	Değişken yükleme altındaki yapışma bağının davranışını inceler.	Yorulma mukavemeti, hasar tahmini
Dinamik Analiz	Bağlantılardaki titreşim tepkisini ve dinamik davranışı inceler.	Sönümlenme, doğal frekans, mod şekilleri, çarpışma

Yapışma bağında SEY, literatürde aşağıdaki çalışmalarda kullanılmıştır.

- Farklı konstrüksiyonların statik yüklem analizlerinde: bindirme bağlantıları (Pereira vd., 2010; Zhao & Lu, 2009; Banea & da Silva, 2009; da Silva vd., 2009), boru bağlantıları (Adams & Peppiatt, 1977), ek parçalı bağlantılar (Adams, Coppendale & Peppiatt, 1978), açılı kenar bindirme
- Farklı analiz türlerinde: statik, çatlak ilerleme (Hadavinia vd., 2006; Wang & Zhang, 2009), yoruma (Pereira vd., 2009; Wang vd., 2005), titreşim (Apalak & Yildirim, 2007), impakt (Vaidya vd., 2006)
- Çevre koşullarının etkisinin incelenmesinde: sıcaklık (Aydın, Temiz & Özel, 2007; Grant, Adams & da Silva, 2009; Zhang, Vassilopoulos & Keller, 2010), nem (Liljedahl vd., 2006)

SEY'in diğer girdi parametrelerinden biri malzeme modelidir. Malzeme özelliklerinin yöne göre değişkenliği, gerilme altındaki doğrusal veya doğrusal olmayan davranışı, sıcaklık farkından etkilenmesi gibi kriterler malzeme modeli seçimini belirler. Statik yüklem analizi için en temel malzeme özelliği şekil değişimi-gerilme ilişkisidir. Bunun için çekme testi ve kesme testi uygulanarak elastisite değerlerinin belirlenmesi gerekir. Literatürdeki yapışma bağı testleri incelendiğinde, malzemenin doğrusal davranış gösterdiği yüklem bölgesinin bulunduğu görülür (Kadioglu, Adams & Guild, 2000; Loureiro vd., 2010; Tomblin vd., 2002). Yapışma bağının türüne göre test sonuçları değişmekle birlikte tipik malzeme davranışı Şekil 1'deki gibidir. Malzemenin davranışı elastik, plastik ve hasar başlangıcı olarak gözlemlenebilir (García vd., 2011). Sıcaklık ve visko-elastik etkilerin incelenmediği analizlerde, malzemenin doğrusal bölgedeki yüklemeleri için temel Hook yasası uygulanabilir (Dean & Crocker, 2023; García vd., 2011).



Şekil 1. Yapıştırıcıların Tipik Genleme-Gerilme Eğrisi Ve Doğrusal Malzeme Yaklaşımı (García vd., 2011)

Yüklem ve sınır koşulları diğer bir SEY girdi parametresidir. Yapıştırılarak birleştirilmiş eklemelerin mekanik davranışı sadece eklemelerin geometrisi tarafından değil, aynı zamanda farklı sınır koşulları tarafından da etkilenir (He, 2011). Literatürde sınır koşullarının yük dağılımına etkisinin incelendiği çalışmalar (Guo, Dillard & Plaut, 2006; He, 2014; Zhao, Adams & da Silva, 2010) mevcut olsa da çalışmalar genellikle yük koşulları üzerine yapılmıştır. (He, 2014)'de yapılan karşılaştırmalı çalışmaya göre, sınır koşuluna göre yapışma bağındaki gerilme konsantrasyonu % 15- %56 arasında değişebilmektedir.

Eleman türü ve sonlu elemanlar modeli diğer bir SEY girdi parametresidir. Yapışma bağı, yapıştırılan parçaların kalınlıklarına kıyasla çok küçük olduğu için SEY ile analiz yapılırken karşılaşılan problemlerden bir tanesi yapışma bağının küçük elemanlarla modellenmesidir (He, 2011). Bu gereksinim modelleme ve çözüm süresini olumsuz etkiler. Eleman sayısı veya boyutu (1D, 2D veya 3D) modeldeki toplam düğüm sayısını belirler. Her bir düğüm noktasındaki öteleme ve dönme değerleri hesaplanması gerektiği için çözüm süresi de artmaktadır. Literatürde yapışma bağının modellenmesinde prizma şekilli elemanlar yerine, özel tanımlanmış sonlu elemanların kullanıldığı çalışmalar mevcuttur (Andruet vd., 2001). Bu türden çalışmalar benzer sonuçları daha az eleman sayısı ve düğüm noktası kullanarak hesaplayabilir (Andruet vd., 2001). Ayrıca, yapışma bağı ve yapıştırılan yüzeyler arasındaki yük akışı literatürde farklı yollarla modellenmiştir. Öte yandan yük aktarımı ortak düğüm noktalarının kullanımı veya ara elemanlar eklenmesi ile sağlanabilmektedir (Andruet, Dillard & Holzer, 2001; Apalak, Ekici & Yildirim, 2008; Banea vd., 2018; He, 2011; Ishai, Peretz & Gali, 1977).

Bu çalışmanın amacı çift bindirmeli yapışma bağlantısındaki gerilme dağılımını daha az sayıda düğüm noktası kullanarak hesaplamaktır. İlk olarak yapışma bağının eleman sayısı ve düğüm noktası sayısına olan bağlılığı yakınsama analizi ile incelenecektir. Yakınsama analizinden elde edilen çıktılar değerlendirilerek tek boyutlu, iki

boyutlu, üç boyutlu ve hibrit elemanların kullanıldığı 5 farklı yapışma bağı modeli oluşturulacaktır. Modellerin sınır ve yükleme koşulları aynıdır. Son olarak bu modeller analiz edilerek sonuçlar literatürde paylaşılan veriler kullanılarak incelenecektir.

## YÖNTEM

Bu başlıkta sonlu elemanlar modelinde kullanılan temel yaklaşımlara, yakınsama analizi detayına ve analiz edilen modellerin detaylarına yer verilmiştir.

### *Temel Yaklaşımlar*

Bir sonlu elemanlar modelinde, modelin büyüklüğünü belirleyen temel parametreler analiz türü, toplam eleman sayısı, eleman türü ve toplam düğüm noktası sayısıdır. Çalışmada kıyaslama parametresi olarak eleman türünün ve sayısının dahil edildiği serbestlik derecelerinin toplam sayısı (total number of degrees of freedom) seçilmiştir. Bu parametre, modelin çözümü için gerekli olan tüm bilinmeyenlerin toplam sayısıdır. Örneğin 3 boyutlu dikdörtgen prizma elemanın (HEX8) toplam düğüm noktası sayısı 8'dir. Her bir noktanın 3 yönde ötelenme ve 3 yönde dönme serbestliği bulunmaktadır. Bu eleman için serbestlik derecelerinin toplam sayısı  $8 \times (3 + 3) = 48$ 'dir. Diğer bir hesaplama örneği 1 boyutlu kiriş eleman (BEAM) için yapılabilir. İki düğüm noktası barındırdığı için serbestlik derecelerinin toplam sayısı 12'dir. Serbestlik derecelerinin toplam sayısı ile çözüm süresi doğrudan ilişkilidir.

Sonlu elemanlar modelleri Hypermesh 2021 Student Edition programı ile oluşturulmuştur. Hypermesh yazılımı tasarım verisi kullanarak sonlu elemanlar oluşturmak, düzenlemek, farklı SEY çözümleri için model dosyaları oluşturmak (pre-processing) ve analiz sonuçlarını görüntülemek (post-processing) için kullanılan bilgisayar destekli mühendislik yazılımıdır. Sonlu elemanlar modelinin çözümü için bir çözücü gereklidir. Çözücü olarak Optistruct 2021 Student Edition programı kullanılmıştır. Optistruct, Hypermesh ile entegre çalışabilen yapısal analiz ve yapısal optimizasyon çözücüsüdür. Grafiksel bir arayüze sahip değildir bu nedenle sonuçları görüntülemek için Hypermesh programı kullanılmıştır.

Metalik malzeme olarak alüminyum alaşımı kullanılmıştır. Alüminyumun mekanik özellikleri alaşımın türüne, üretim metoduna, kütük ölçüsüne, hadde yönüne ve ısıtılma göre değişmektedir. Bu çalışmada levha, saç, çubuk ve boru gibi farklı şekillerde tedarik edilebilen, yüksek dayanımlı ve korozyon direnci yüksek olan Alüminyum 7050 (DIN: AlZn6CuMgZr) alaşımının elastik özellikleri kullanılmıştır (Rice vd., 2003). Haddeleme veya ekstrüzyon gibi üretim yöntemleri Alüminyum 7050 alaşımlarına anizotropik özellik kazandırabiliyor olsa da (Tajally & Emadoddin, 2011) akma dayanımının altındaki yüklemelerde malzeme izotropik davranış gösterir (Yoon vd., 2004). Çalışma kapsamında yapılan statik yükleme analizleri akma dayanımının altında olduğu için Tablo 2'de verilen özellikler kullanılmıştır.

Yapıştırıcıların mekanik özellikleri üretici firmanın paylaştığı veriler veya standart test metotları ile belirlenmektedir. Metalik parçaların aksine, yapıştırıcıların mekanik özelliklerini derleyen bir veri tabanına literatürde ulaşılabilir. Bunun sebebi yapışma bağına mekanik davranışını birçok parametrenin etkilemesi ve farklı hasar senaryolarını barındırmasıdır. Bu parametrelere örnek olarak yapıştırıcı malzemesi, yapışma şekli, yapışma bağına kalınlığı, yapıştırılan yüzeylerin pürüzlülük değerleri, nem ve sıcaklık verilebilir.

Çalışmada yapıştırılan metal plakalar ve yapışma bağı lineer, sıcaklık bağımsız ve izotropik malzemeler için kullanılan MAT1 malzeme kartı ile modellenmiştir (Altair Engineering Inc., 2021-b). Malzeme özellikleri Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Malzeme Özellikleri (Kaufman, 2000; Ishai vd., 1977)

Malzeme	Elastisite Modülü (MPa)	Kayma Modülü (MPa)	Poisson Oranı
Alüminyum	70000	26923	0,30
Yapışma bağı	2500	900	0,39

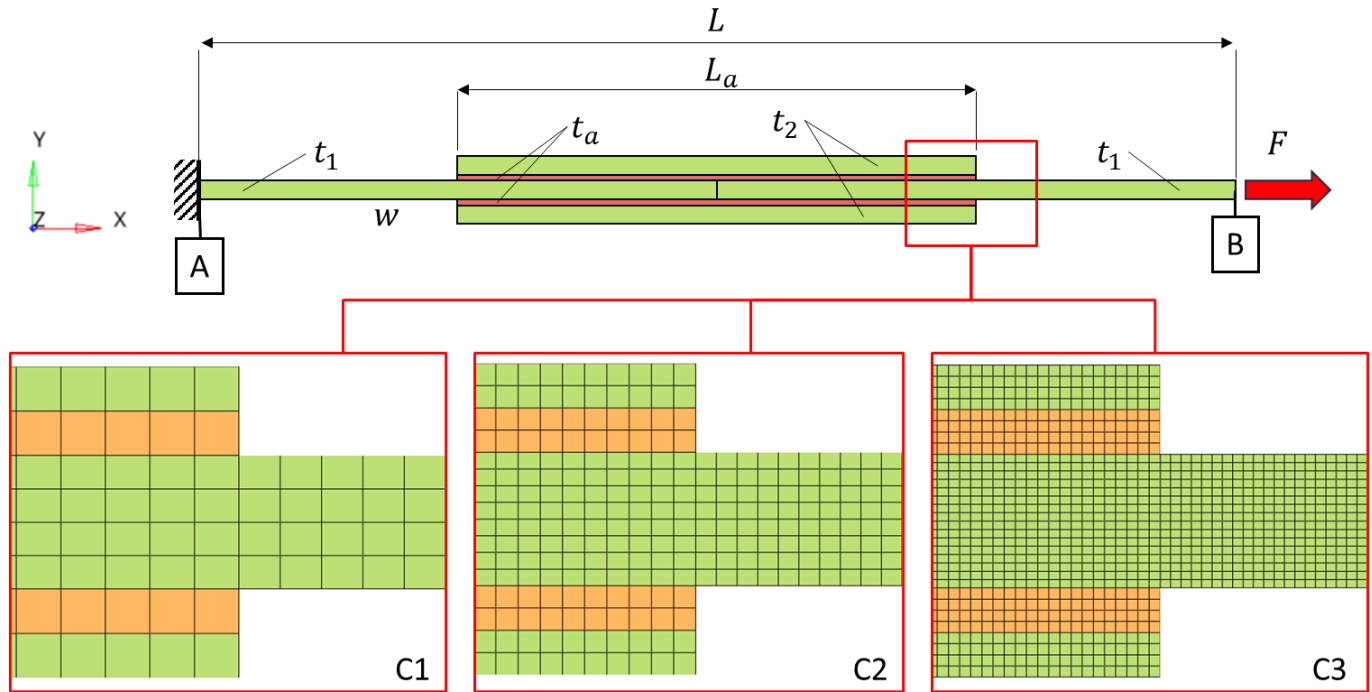
### *Yakınsama Analizi*

SEY, karmaşık yapıların davranışlarını modellenmesine ve analiz edilmesine olanak tanır. Yöntem yapıyı küçük parçalara böler ve her bir parçayı matematiksel olarak modeller. Bu parçaların davranışları toplu olarak incelenerek yapı üzerindeki gerilme, genleşme ve deformasyon gibi fiziksel olayların analizi yapılır. Yakınsama analizi,

kullanılan sonlu elemanlar modelinin gerçek yapıyı ne kadar doğru bir şekilde temsil ettiğini belirlemeyi amaçlar. Bu analiz, sonlu elemanlar modelinde kullanılan eleman sayısının yeterli olup olmadığını ve sonuçların istenen hassasiyette olup olmadığını değerlendirir. Model doğruluğunu belirlemede önemli bir adımdır.

Bu çalışmada, farklı modelleme yaklaşımları karşılaştırılmadan önce yakınsama analizi çalışması yapılacaktır. Yakınsama analizi ile eleman sayısı sistemli olarak artırılarak analiz sonuçlarının belli bir değere yakınsayıp yakınsamadığı incelenir. Eğer incelenen bölgedeki sonuçlar eleman sayısı arttıkça değişmiyor ise bu bölge eleman sayısından bağımsızdır. Öte yandan sonuçlar belli bir değere yakınsamıyor ve eleman sayısı değiştikçe artan sonuçlar elde ediliyor ise bu bölge eleman sayısına bağımlıdır. Yakınsama analizi çalışmasında toplam kayma miktarının, yapışma bağındaki normal gerilme dağılımının ve yapışma bağındaki kayma gerilmesi dağılımının eleman sayısı ile ilişkisi incelenecektir.

Yakınsama analizinde kullanılan model detayları Şekil 2 ve Tablo 3'te özetlenmiştir. Yapışma bağı A noktasında kartezyen koordinat sistemine göre tüm serbestliklerde kısıtlanarak ankastre mesnet koşulu tanımlanmıştır. Bu koşul, yapının bu noktasında hem öteleme değerlerini hem de dönme değerlerini kısıtlar. B noktasından +x yönünde F yüküyle yüklenmiştir. Yapışma bağı ile plakalar arasındaki yük aktarımı ortak düğüm noktalarının kullanımı ile sağlanmıştır.



Şekil 2. Yakınsama Çalışmasına Kullanılan Modelin Görseli Ve Eleman Boyutlarına Göre Yapışma Bağı Görüntüleri

Tablo 3. Yakınsama Çalışması, Model Parametreleri

	$t_1(mm)$	$t_2(mm)$	$t_a(mm)$	$L_a(mm)$	$L(mm)$	$w(mm)$	$F(N)$
Değer	3	1	1	130	260	1	200
Açıklama	Plaka kalınlıkları	Plaka kalınlıkları	Yapışma bağı kalınlığı	Yapışma bağı uzunluğu	Toplam uzunluk	Genişlik	Yük

Yapışma bağı sırasıyla 1, 2, 4 ve 8 sıra eleman ile modellenmiştir (Şekil 2). Böylece incelenen bölgedeki eleman boyutu yarıya indirilerek eleman sayısının üstel artışı sağlanmıştır. Yakınsama analizinde kullanılan dört modelin temel parametreleri Tablo 4’te özetlenmiştir.

**Tablo 4.** Yakınsama Çalışması, Model Parametreleri

Model No.	Eleman türü	Eleman boyutu (mm)	Yapışma bağında eleman sıra sayısı	Modeldeki serbestlik derecelerinin toplam değeri
C1	2D	1	1	11019
C2	2D	0,5	2	17535
C3	2D	0,25	4	43071
C4	2D	0,125	8	141843

Tablo 4’teki serbestlik derecelerinin toplam değeri Optistruct yazılımının çözüm dosyalarından alınmıştır. Sadece yapışma bağı olmayıp tüm modelin büyüklüğünü ifade etmektedir. Yapışma bağından uzaktaki bölgelerde eleman boyutu arttırıldığı için modeldeki toplam serbestlik derecesi üstel artış göstermemiştir. Yakınsama analizinin sonuçları bulgular ve yorumlar kısmında tartışılacaktır.

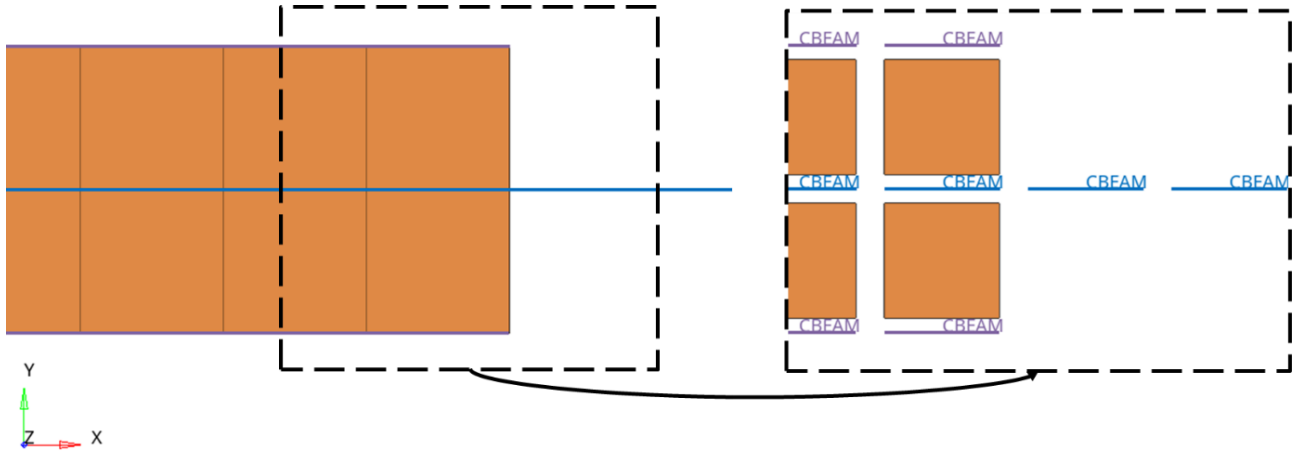
### **Yapışma Bağı Analiz Modelleri**

Çalışmada karşılaştırması sunulan modeller Tablo 5’te özetlenmiştir. Bu modeller, genel olarak eleman sayısı ve model karmaşıklığı az olandan çok olana doğru sıralanmıştır.

**Tablo 5.** Modelleme Çalışması, Model Parametreleri

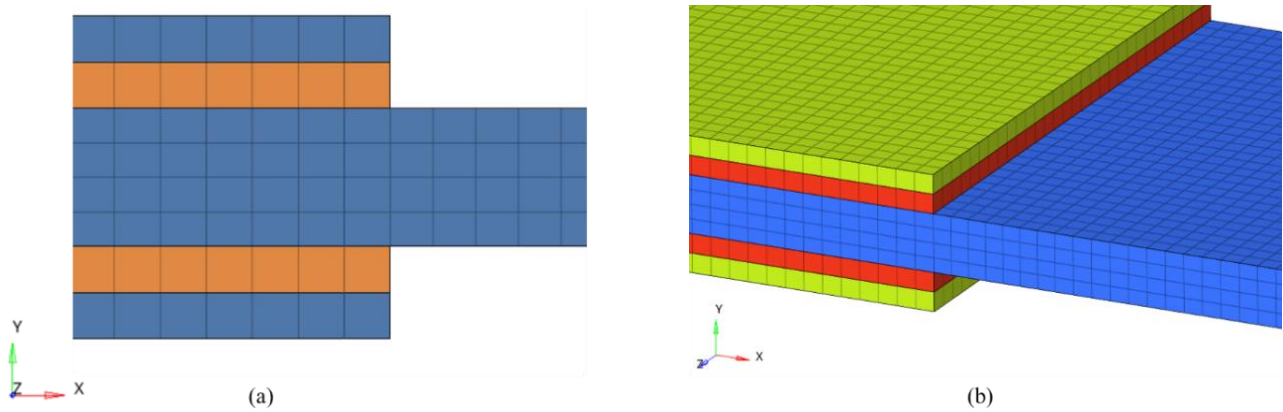
Model No.	Yapışma Bağı Eleman Türü	Plaka Eleman Türü	Yapışma Bölgesi Modeli	Analiz Türü
1	2D	1D	Ortak düğüm noktaları	Doğrusal statik
2	2D	2D	Ortak düğüm noktaları	Doğrusal statik
3	3D	3D	Ortak düğüm noktaları	Doğrusal statik
4	3D	2D	Ortak düğüm noktaları	Doğrusal statik
5	3D	2D	Rijit 1D elemanlar	Doğrusal statik

Model 1’de yapıştırılan plakalar tek boyutlu BEAM elemanlar ile modellenmiştir. Yapışma bağı 2 boyutlu QUAD4 elemanlar ile modellenerek plakalar ile ortak düğüm noktaları üzerinden tanımlanmıştır. Yapışma bağı ile plakalar arasındaki yük akışı bu ortak düğüm noktaları üzerinden gerçekleşir. Z yönündeki kesit uzunlukları ve yapışma bağı kalınlıkları 1 mm kabul edilerek 200 N ile yüklenmiştir. Yapışma bağından üst plakaya akan yükün moment etkisinin hesaplanabilmesi için üst ve alt plakalara kalınlık değerlerinin yarısı mertebesinde ofset uygulanmıştır (Altair Engineering Inc., 2021-a). Model 1’in görsel özeti Şekil 3’te verilmiştir.



Şekil 3. Model 1'de Kullanılan Eleman Türü

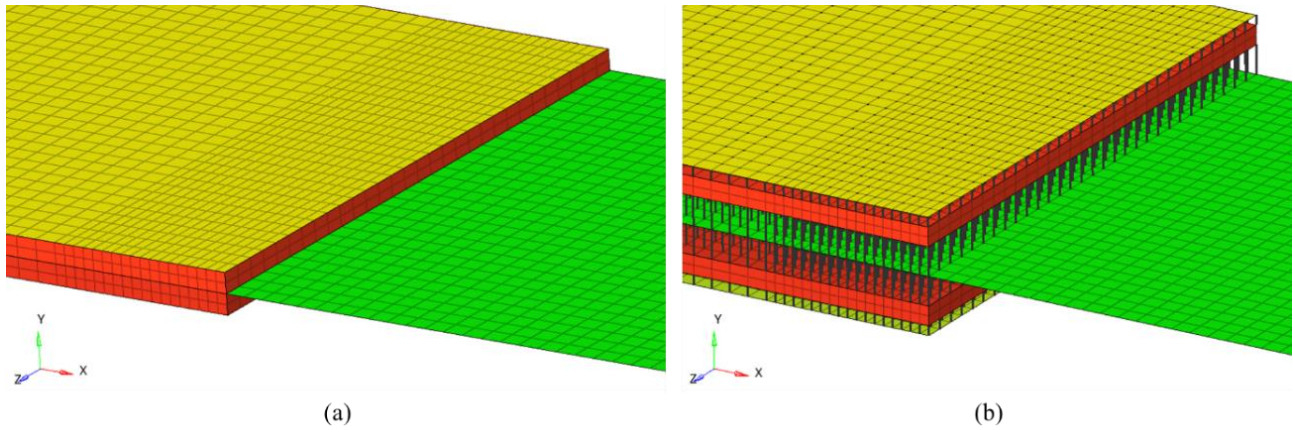
Model 2'de yapışma bağı ve yapıştırılan plakalar 2 boyutlu QUAD4 elemanlar ile modellenmiştir. Bu modelde yapının Z eksenindeki davranışı ihmal edilmiştir (Şekil 4a). Z yönlü tüm kalınlıklar 1 mm kabul edilerek 200 N yük ile yüklenmiştir. Model 3'te ise 3 boyutlu HEX8 elemanlar kullanılmıştır (Şekil 4b). Literatürde en sık rastlanan modelleme yöntemi Model 2 ve Model 3'tür. Bu modellerde yapışma bağı ile plakalar arasındaki yük akışı ortak düğüm noktaları ile sağlanmıştır. Bu yaklaşım, eklemnin elastik davranış gösterdiği yüklerde adeziv yapışma mekanizmasını simüle etmektedir. Yapışma bağı her iki modelde de tek sıra eleman ile temsil edilmiştir. Bunun gerekçeleri yakınsama analizi sonucu bölümünde detaylı ele alınacağı için burada açıklanmamıştır.



Şekil 4. Model 2'de (a) Ve Model 3'te (b) Kullanılan Modelleme Yöntemi

Model 3, yapıştırılan plakaların ve yapışma bağının üç boyutlu elemanlar ile modellenmesini zorunlu kılmaktadır. Ancak yapıştırılan plakaların karmaşık geometriye sahip olduğu durumlar bunu zorlaştırır. Ayrıca modelin üstel büyümesine neden olur. Model 2'de ise yapının Z eksenindeki davranışı ihmal edildiği için Z yönlü uygulanan yüklemelerdeki yük dağılımı hesaplanamaz. Bu sebeple hem Z eksenindeki davranışı analize dahil etmek hem de yapıştırılan plakaları daha az sayıda düğüm noktası kullanarak modelleyebilmek için Model 4 ve Model 5 önerilmiştir.

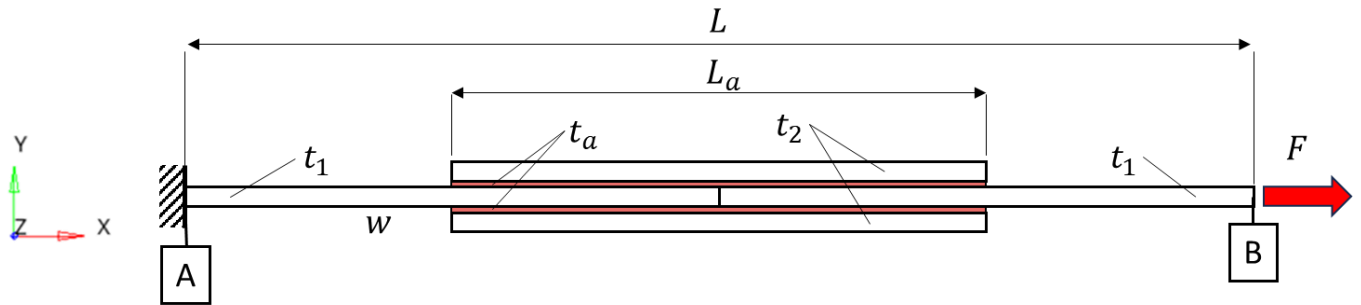
Model 4 ve Model 5'te yapıştırılan plakaların eleman türü 2 boyutlu QUAD4 seçilmiştir. Bu sayede plakalardaki serbestlik derecelerinin toplam sayısı azalır. Yapışma bağı 3 boyutlu HEX8 elemanlar kullanarak iki sıra eleman ile modellenmiştir. Model 4 ortak düğüm noktalarını kullanmaktadır (Şekil 5a). Bu durum yapışma bağının ve plakaların aynı düğüm noktası dağılımına sahip olmasını zorunlu kılar. Diğer bir deyişle aynı eleman boyutu ve şekli kullanılması gerekir. Plakaların tasarımına bağlı olarak bunu sağlamak her zaman mümkün değildir. Bu sebeple Model 5'te ara eleman kullanımı önerilmiştir. Yapışma bağı ve plakalar arasındaki yük aktarımı tüm serbestlik derecelerinde rijit davranış gösteren RBE2 elemanları ile sağlanmıştır (Şekil 5b). Bu elemanlar bağlı oldukları noktalar arasındaki mesafeleri rijit olacak şekilde korurlar. Böylece yük aktarımı şeklin korunması ile sağlanır. Model 4'te yük akışı plakanın kesit merkezinde olmadığı için kalınlığın yarısı kadar eleman offseti tanımlanmıştır. Ara eleman kullanıldığı için Model 5'te offset tanımlama gereksinimi yoktur.



Şekil 5. Model 4'te (a) Ve Model 5'te (b) Kullanılan Modelleme Yöntemi

Model 1-2-3-4-5 çift bindirmeli bağlantılar için farklı yaklaşımların bir karşılaştırmasını sunar. Modelleme süresi, basitliği ve çözüm süresi avantajları ile Model 1 ve Model 2 ön plandadır. Tüm davranışın simüle edildiği Model 3 ve Model 4 tüm eksenlerdeki davranışı analiz eder. Model 5 ise Model 4'teki offset problemini ve eleman kısıtlarını ortadan kaldırır.

Modellerde analiz edilen eklem ait ölçüler, sınır koşulları ve yük yönü Şekil 6'da gösterilmiştir. Ölçüler yakınsama analizinde kullanılan değerler ile aynıdır (Tablo 3). Yapışma bağı A noktasında kartezyen koordinat sistemine göre tüm serbestliklerde kısıtlanarak ankastre mesnet koşulu tanımlanmıştır. Yük uygulama noktası B'dir ve tüm yüklemeler +x yönündedir. Model 1-2'de Z eksenini ihmal edildiği için 200 N ile yüklenmiştir. Üç boyutlu modellerde eşdeğer yükleme yapmak amacıyla Model 3-4-5 Z eksenini boyunca 200 N/mm yük akışı ile yüklenmiştir.



Şekil 6. Model 1 – 5 Arasındaki Modellerde Analiz Edilen Çift Bindirmeli Bağlantı

Şekil 6'daki yükleme durumunda yapışma bağında ve plakalarda XY düzlemine göre tüm yönlerde gerilme bileşenleri oluşur. Yapışma bağındaki kayma gerilmeleri üst ve alt plakalarda moment meydana getirir. Bu da plakaları Z eksenini etrafında dönmeye zorlar. XZ düzlemine göre eklem simetrik olduğu için bu etkiler de simetriktir. Dolayısıyla yükleme sonucunda yapıda eğilme öngörülmemektedir. Yüksek değerlikli dönme değerleri olmadığı için statik doğrusal analiz türü tercih edilmiştir. Literatürde de çift bindirmeli bağlantıların doğrusal olmayan analizinin sonucu çok etkilemeyeceğine dair görüşler mevcuttur (Al-Ramahi, Joffe & Varna, 2019).



## BULGULAR VE YORUMLAR

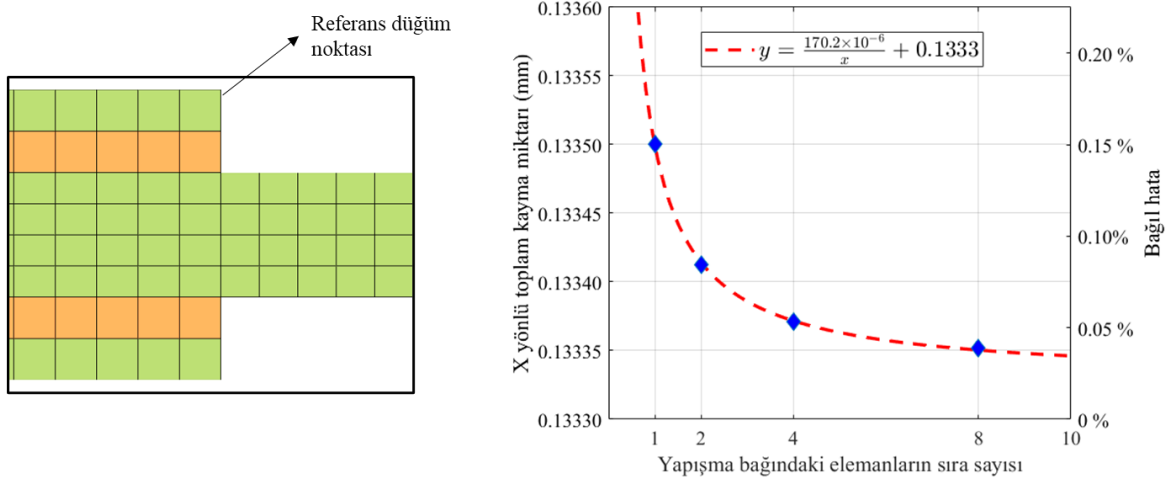
Bu bölümde, yöntem bölümünde açıklamaları verilen modellerin çözümlerine ve analiz sonuçlarına yer verilmiştir. İlk olarak Yakınsama Analizi bölümünde detayları verilen modelin çözümleri incelenmiştir. Yapışma bağlantısındaki eleman sayısına bağımlı ve eleman sayısından bağımsız bölgeler değerlendirilerek uygun eleman sayısı belirlenmiştir. İkinci olarak Yapışma Bağı Analiz Modelleri başlığında detayları verilen modellerin çözümleri incelenmiştir.

### Yakınsama Analizi Sonucu

Yakınsama Analizi bölümünde detayları verilen modellerin çözümleri bu başlıkta derlenmiş ve tartışılmıştır. Yakınsama analizi sonucu üç parametre karşılaştırılmıştır:

- Üst plakadaki X yönlü yer değiştirme miktarı
- Yapışma bağındaki kayma gerilmesi dağılımı ( $\sigma_{xy}$ )
- Yapışma bağındaki normal gerilme dağılımı ( $\sigma_{yy}$ )

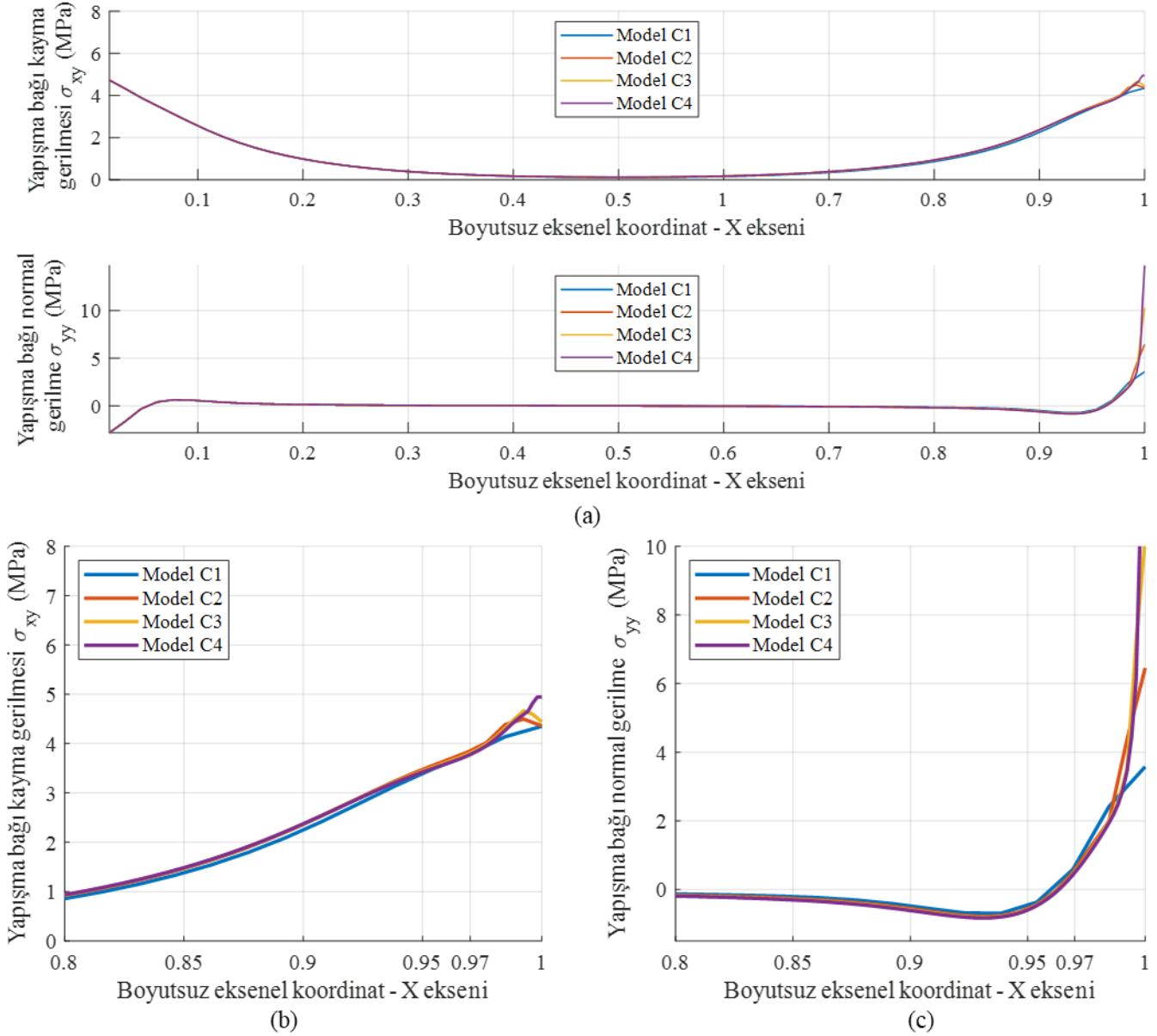
Üst plakadaki X yönlü yer değiştirme miktarının eleman sayısı ile ilişkisi Şekil 7’de grafik haline getirilmiştir. Sonsuz eleman sayısı için,  $y = a/x + b$  fonksiyonuna eğri uydurma çalışması yapılarak yakınsanan değer tahmin edilmiştir. Bu eğrinin değeri  $x$ 'in sonsuz limiti durumunda  $b$  değerine yakınsar. Yakınsanan değer doğru varsayılarak, hesaplanan yer değiştirme miktarları bağıl hata cinsinden verilmiştir.



Şekil 7. Yer Değiştirme Değeri İçin Yakınsama Analizi

Şekil 7’ye göre yapışma bağı en az 4 sıra eleman ile modellendiğinde eleman sayısından bağımsız hale geldiği söylenebilir. Yapıştırıcı üreticilerinin verileri ve literatürdeki uygulamalar dikkate alındığında yapışma bağına kalınlığının genellikle 0,1 ile 1 mm aralığında olduğu görülür. Bu durum da modelde çok sayıda eleman kullanılması problemine sebep olur. Yapışma bağına tek sıra eleman içeren Model C1 için bağıl hata %0,15 ile sınırlıdır. Bu hata miktarı kabul edilebilir bir seviyededir. Toplam kayma miktarına göre tek sıra eleman kullanımı kabul edilebilirdir.

Yakınsama analizi için oluşturulan 4 model (Model C1 – C4) ile yapışma bağına hesaplanan gerilme dağılımları Şekil 8a’da gösterilmiştir. Burada boyutsuz aksenal koordinat ( $x^*$ ), 0 değeri eklemin orta noktasını ifade etmek üzere, yapışma bağına toplam uzunluğuna oranlanarak verilmiştir. Ayrıca,  $0,8 < x^* < 1,0$  için detaylı grafikler Şekil 8b ve Şekil 8c’de verilmiştir.



Şekil 8. Yapışma Bağı Gerilme Sonuçlarının Yakınsama Çalışması Modellerine Göre Karşılaştırması

Gerilme değerlerinin eleman sayısı ile olan ilişkisi incelendiğinde  $0 < x^* < 0,95$  bölgesi için tüm modellerin benzer sonuçlar hesapladığı görülmektedir (Şekil 8a). Gerilme bileşenleri  $x^* < 0,95$  bölgesinde eleman boyutundan bağımsız olarak birbiri ile uyumludur. Öte yandan, yapışma bağı köşe bölgelerinde  $x^* > 0,97$  eleman sayısı arttıkça gerilme değerleri farklı hesaplanmıştır. Yapışma bağı köşe ve sınır elemanlarında literatürde tekillik olarak bilinen fenomen görülmüştür (He, 2014).

$x^*$ 'in 0,97 ve 1 olduğu durumlar için gerilme bileşenlerinin değerleri Tablo 6'da karşılaştırılmıştır.

**Tablo 6.** Yakınsama Çalışması Sonucu  $x^*$ 'in 0,97 Ve 1,0 Konumlarındaki Gerilme Değerleri

Model No.	Eleman boyutu (mm)	Yapışma bağında eleman sıra sayısı	Kayma Gerilmesi (MPa)		Normal Gerilme (MPa)	
			$x^* = 1$	$x^* = 0,97$	$x^* = 1$	$x^* = 0,97$
C1	1	1	4,35	3,78	3,58	0,58
C2	0,5	2	4,36	3,84	6,46	0,49
C3	0,25	4	4,44	3,79	10,27	0,45
C4	0,125	8	4,94	3,76	14,73	0,43

Tablo 6 incelendiğinde C3 ve C4 modellerinde elde edilen gerilme değerleri, her iki  $x^*$  değeri için de eleman sayısı arttıkça değerleri artmaktadır. Bu durum kenar bölgedeki elemanlardan okunan gerilme değerlerinin eleman boyutundan bağımsız olmadığını göstermektedir ve eleman sayısındaki artışla birlikte  $x^* = 1$  konumundaki değerleri artmaktadır. Bu problemi çözmek için ortalama gerilme değerleri de dikkate alınacaktır.

Gerilme değerlerinin tahmininde  $x^*$  değerinin 1 ve 0,97 olduğu durumlar için basit ortalama değerleri Tablo 7'de verilmiştir. Ortalama gerilme değerleri incelendiğinde kayma gerilmesinin %6 fark ile çok değişmediği görülür. Normal gerilme bileşeni ise bu durumun aksine eleman boyutundan etkilenmektedir. Eleman sayısı ile birlikte artış gösterdiği için eleman boyutu seçimine girdi sağlamak üzere kullanılmayacaktır.

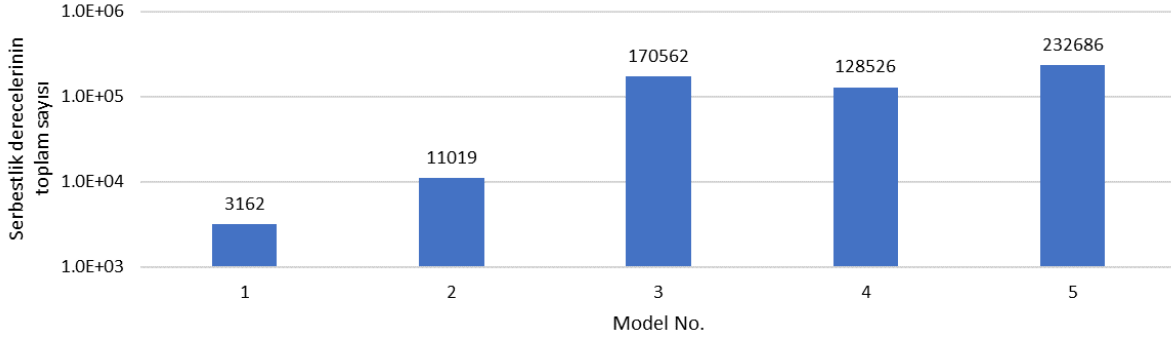
**Tablo 7.** Yakınsama Çalışması Sonucu  $x^*$ 'in 0,97 Ve 1,0 Konumlarındaki Ortalama Gerilme Değerleri

Model No.	Kayma Gerilmesi (MPa)			Normal Gerilme (MPa)		
	$x^* = 1$	$x^* = 0,97$	Ortalama	$x^* = 1$	$x^* = 0,97$	Ortalama
C1	4,35	3,78	4,07	3,58	0,58	2,08
C2	4,36	3,84	4,10	6,46	0,49	3,47
C3	4,44	3,79	4,12	10,27	0,45	5,36
C4	4,94	3,76	4,35	14,73	0,43	7,58

Analiz sonuçlarında gözlemlenen tekillik problemi SEY'in bilinen bir fenomenidir ve bu duruma literatürde farklı şekillerde çözümler getirilmiştir. Sonlu eleman düzenlemeleri, geometrik iyileştirmeler ve malzeme modelinde iyileştirmeler gibi yöntemler izlenmiştir (He, 2011, 2014; Zhao, Adams & da Silva 2011a, 2011b). Öte yandan, sınır bölgedeki gerilme değerlerini doğrudan dikkate almak yerine ortalama gerilme değeri dikkate alındığında, Model C1 ile hesaplanan değerlerin sonucu öngörmede kullanılabileceği görülmüştür. Yakınsama analizi ve literatürdeki sonuçlar göz önüne alınığında yapışma bağının tek sıra veya iki sıra eleman ile modellenmesinin yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

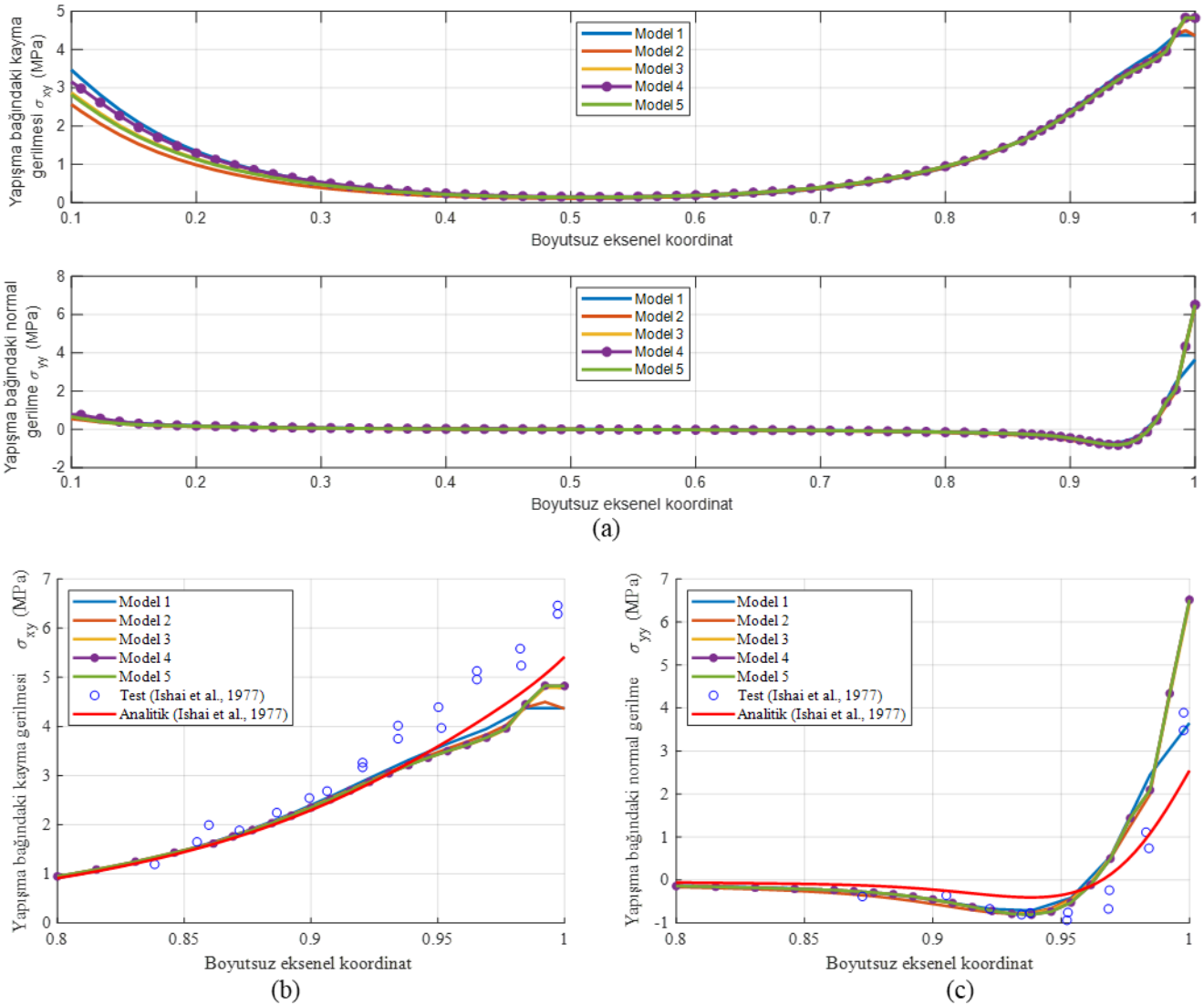
### Yapışma Bağı Modellerinin Analiz Sonuçları

Yapışma Bağı Analiz Modelleri başlığında açıklanan modellerin (Tablo 5) geometri, malzeme, yük, sınır koşulları ve analiz türleri ortaktır. Yapışma bağının ve yapıştırılan plakaların modellenme yöntemindeki farklılıklar modellerin serbestlik derecelerinin toplam sayısını değiştirmiştir. Şekil 9’da modellerin toplam serbestlik derecesi karşılaştırılmıştır. Veriler Optistruct çözüm çıktı dosyalarından elde edilmiştir.



Şekil 9. Tablo 5’teki Modellerin Serbestlik Derecelerinin Toplam Sayısının Karşılaştırılması

Modellerin çözümü ile elde edilen yapışma bağı gerilme değerleri Şekil 10’da verilmiştir.



Şekil 10. Yapışma Bağı Gerilme Dağılımlarının Karşılaştırılması

Şekil 10a incelendiğinde, yük dağılımının literatürdeki çalışmalarda gözlemlenen tipik yapışma bağı yük dağılımı olduğu görülmektedir (He, 2011; Pereira vd., 2010; Zhao & Lu, 2009). Yakınsama analizinde eleman sayısından bağımsız olduğu gösterilmiş olan  $0 < x^* < 0,95$  bölgesi benzer şekilde modelleme yaklaşımlarından da bağımsızdır. Ayrıca, ortak düğüm noktalarının kullanıldığı Model 4 ve yapışma bağınyı 1D elemanlar ile temsil eden Model 5 arasında farklılık görülmemiştir.

Literatürde paylaşılan verilerle (Ishai vd., 1977) birlikte  $0,8 < x^* < 1,0$  aralığı için gerilme dağılımının detayı Şekil 10b ve Şekil 10c'de verilmiştir. Tüm modelleme yaklaşımları bu aralık için literatür verisi ile örtüşür. Eleman boyutuna bağımlı olduğu gösterilmiş olan  $x^* > 0,95$  bölgesinde, modellerin hesapladığı sonuçlar arasında farklılık bulunmaktadır. Literatürdeki veriler ile en yüksek farklılık bu bölgede gözlemlenmektedir. Bunun sebebi tüm modellerde bu bölgenin keskin köşe barındırması ve tekillik içermesidir.

Tekillik barındıran bölgedeki gerilme değerleri tahmini için ortalama gerilme değerleri incelenmiştir. Ortalama değerlerler  $x^*$  değerinin 1 ve 0,97 olduğu durumlar için Tablo 8'da verilmiştir.

**Tablo 8.** Analiz Modellerinin  $x^*$ 'in 0,97 Ve 1,0 Konumlarındaki Gerilme Değerleri Karşılaştırması

Model No.	Kayma Gerilmesi (MPa)			Normal Gerilme (MPa)		
	$x^* = 1$	$x^* = 0,97$	Ortalama	$x^* = 1$	$x^* = 0,97$	Ortalama
Model 1	4,37	3,95	4,16	3,65	0,54	2,10
Model 2	4,36	3,84	4,10	6,46	0,49	3,47
Model 3	4,78	3,76	4,27	6,43	0,54	3,48
Model 4	4,82	3,77	4,30	6,52	0,50	3,51
Model 5	4,82	3,77	4,30	6,52	0,50	3,51

Modellerin yapışma bağı kenarındaki ortalama kayma gerilme değeri incelendiğinde birbirlerine yakın değerler elde edildiği görülmektedir (Tablo 8). En düşük eleman sayısına sahip olan Model 1, tüm elemanların üç boyutlu modellendiği Model 3'ten 50 kat daha az serbestlik dereceleri toplamına sahiptir. Ancak ortalama kayma gerilmesi değerini %2,6 bağıl farkla benzer hesaplamıştır.

Model 1'in diğer modellere göre normal gerilmeyi düşük hesaplamıştır. Bunun sebebi yapışma bağınyın bu bölgesini en az eleman sayısı ile temsil eden modelin Model 1 olmasıdır. Benzer durum yakınsama analizinde de görülmüştür. Model 2-3-4-5 ortalama normal gerilme değerini %1 fark ile benzer hesaplamıştır. Model 2'nin Model 3'ten 15 kat daha az toplam serbestlik derecesine sahip olduğu göz önüne alınırsa Model 2'nin ortalama normal gerilme değerini tahmin etmede başarılı olduğu görülür.

Sonuç olarak yapışma bağınyın sınır ve köşeden uzak bölgelerinde tüm yaklaşımların kabul edilebilir mertebelerde sonuçlar verdiği görülmüştür. Sınır bölgedeki sonuçlar tekillik problemi sebebiyle modele ve eleman sayısına göre değişmektedir. Bu bölgelerdeki eleman gerilme değeri yerine, komşu bölgedeki ortalama kayma gerilme değeri dikkate alındığında modellerin uyumlu sonuçlar hesapladığı görülmüştür. Buradan, tek boyutlu yükleme koşulunda problemin tek boyuta (Model 1) ve iki boyuta (Model 2) indirgenmesi yük dağılımını öngörmede başarılı olduğu çıkarılabilir.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, metallerin yapışma bağının SEY ile analizinde model büyüklüğünün etkisi karşılaştırmalı modeller kullanarak incelenmiştir. Çok sayıda düğüm noktası kullanılarak gerçekleştirilen analiz sonuçlarının, daha az sayıda düğüm noktası kullanılarak da elde edilebileceği analiz sonuçları üzerinden gösterilmiştir.

Yapışma bağının eleman sayısındaki artış deplasman sonuçlarını belli bir değere yakınsatmaktadır. Toplam düğüm noktası sayısı 64 kat düşürüldüğünde toplam kayma miktarındaki fark bağıl olarak %0,15 ile sınırlıdır. Yapışma bağındaki kritik gerilme bölgesi eklemenin sınır bölgelerinde gözlemlenir. Sonlu elemanlar ile incelendiğinde bu bölgeler tekillik içermektedir. Eleman sayısındaki artış tekil bölgedeki elemanlarda hesaplanan gerilme değerinde de artış ile sonuçlanmıştır. Toplam düğüm sayısı 64 kat artırıldığında maksimum normal gerilme değeri 4 kat artmıştır. Bu nedenle, sınır bölgelerde ortalama gerilme değeri dikkate alınması benzer sonuçların elde edilmesini sağlamış ve literatürde paylaşılan test sonuçları ile örtüşmüştür.

Yapışma bağı analizi tek boyutlu ve iki boyutlu sonlu elemanlarla modellenerek hesaplama süresi ve modelin serbestlik derecelerinin toplam sayısı büyük ölçüde düşürülmüştür. Model 1'deki serbestlik derecelerinin toplam sayısı, Model 5'e göre 70 kat daha düşüktür. Öte yandan elde edilen gerilme değerleri en fazla %10 farklılık içermektedir. Bu farklılığın sebebi yapışma bağındaki keskin köşelerde ve sınır bölgelerdeki elemanların tekillik içermesidir. Tekil bölge için komşu elemanlar arasında ortalama kayma gerilme değeri dikkate alındığında ise bu fark %2,6'ya düşmektedir. Bu durum, daha az sayıda düğüm noktası kullanılarak da benzer sonuçlar elde edilebileceğini göstermiştir.

Yapışma bağının SEY ile analizinde karşılaşılan problemlerden bir tanesi yapışma bağının çok sayıda sonlu eleman ile modellenmesi gereksinimidir. Bu gereksinim sebebiyle modeldeki düğüm noktası sayısı ve serbestlik derecelerinin toplam sayısı artmaktadır. Bu çalışmada, daha az düğüm noktası sayısına sahip modeller kullanılarak yapışma bağındaki gerilme dağılımları, daha çok düğüm noktasına sahip modellere %2,6 mertebesinde yakınlıkla hesaplanmıştır. Bu sonuç basit çekme yüklemesi uygulanan yapılar için modelleme süresini ve hesaplama maliyetini düşürmüştür.

## KAYNAKLAR

- Adams, R. D., J. Cappendale, and N. A. Peppiatt. (1978). "Stress Analysis of Axisymmetric Butt Joints Loaded in Torsion and Tension." *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 13(1):1–10. doi: 10.1243/03093247V131001.
- Adams, R. D., and N. A. Peppiatt. (1977). "Stress Analysis of Adhesive Bonded Tubular Lap Joints." *The Journal of Adhesion* 9(1):1–18. doi: 10.1080/00218467708075095.
- Al-Ramahi, Nawres J., Roberts Joffe, and Janis Varna. (2019). "Numerical Stress Analysis in Adhesive Joints under Thermo-Mechanical Load Using Model with Special Boundary Conditions." *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 518(3):032061. doi: 10.1088/1757-899X/518/3/032061.
- Altair Engineering Inc. 2021-a. "CBEAM." Retrieved January 1, 2024 ([https://2021.help.altair.com/2021/hwsolvers/os/topics/solvers/os/cbeam\\_bulk\\_r.htm](https://2021.help.altair.com/2021/hwsolvers/os/topics/solvers/os/cbeam_bulk_r.htm)).
- Altair Engineering Inc. 2021-b. "MAT1." Retrieved December 26, 2023 ([https://2021.help.altair.com/2021/hwsolvers/os/topics/solvers/os/mat1\\_bulk\\_r.htm](https://2021.help.altair.com/2021/hwsolvers/os/topics/solvers/os/mat1_bulk_r.htm)).
- Andruet, Raul H., David A. Dillard, and Siegfried M. Holzer. (2001). "Two- and Three-Dimensional Geometrical Nonlinear Finite Elements for Analysis of Adhesive Joints." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 21(1):17–34. doi: 10.1016/S0143-7496(00)00024-5.
- Apalak, M. Kemal, Recep Ekici, and Mustafa Yildirim. (2008). "Free Vibration Analysis and Optimal Design of an Adhesively Bonded Double Containment Cantilever Joint."
- Apalak, M. Kemal, and Mustafa Yildirim. (2007). "Optimal Vibration Attenuation of an Adhesively-Bonded Cantilevered Single-Lap Joint." *Journal of Adhesion Science and Technology* 21(3–4):267–86. doi: 10.1163/156856107780684639.
- ASTM. n.d. "Adhesive Standards." Retrieved December 26, 2023 (<https://www.astm.org/products-services/standards-and-publications/standards/adhesive-standards.html>).

- Aydın, Murat Demir, Şemsettin Temiz, and Adnan Özel. (2007). "Effect of Curing Pressure on the Strength of Adhesively Bonded Joints." *The Journal of Adhesion* 83(6):553–71. doi: 10.1080/00218460701453536.
- Banea, M. D., M. Rosioara, R. J. C. Carbas, and L. F. M. da Silva. (2018). "Multi-Material Adhesive Joints for Automotive Industry." *Composites Part B: Engineering* 151:71–77. doi: 10.1016/j.compositesb.2018.06.009.
- Banea, M. D., and L. F. M. da Silva. (2009). "Adhesively Bonded Joints in Composite Materials: An Overview." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications* 223(1):1–18. doi: 10.1243/14644207JMDA219.
- Chang, Kuang-Hua. (2015). "Chapter 7-Structural Analysis." *E-Design* 325–90.
- Dean, G. D., and L. E. Crocker. (2023). "The Use of Finite Element Methods for Design with Adhesives."
- FEICA - European Association of the Adhesive and Sealant Industry. n.d. "History of Bonding and Adhesives." Retrieved January 1, 2024 (<https://www.feica.eu/>).
- García, J. A., A. Chiminelli, B. García, M. Lizaranzu, and M. A. Jiménez. (2011). "Characterization and Material Model Definition of Toughened Adhesives for Finite Element Analysis." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 31(4):182–92. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2010.12.006.
- Grant, L. D. R., R. D. Adams, and Lucas F. M. da Silva. (2009). "Effect of the Temperature on the Strength of Adhesively Bonded Single Lap and T Joints for the Automotive Industry." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 29(5):535–42. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2009.01.002.
- Guo, Shu, David A. Dillard, and Raymond H. Plaut. (2006). "Effect of Boundary Conditions and Spacers on Single-Lap Joints Loaded in Tension or Compression." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 26(8):629–38. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2005.09.005.
- Günay, D. (1993). *Mühendisler için sonlu elemanlar metodunun temelleri*. Sakarya Üniversitesi.
- Hadavinia, H., L. Kawashita, A. J. Kinloch, D. R. Moore, and J. G. Williams. (2006). "A Numerical Analysis of the Elastic-Plastic Peel Test." *Engineering Fracture Mechanics* 73(16):2324–35. doi: 10.1016/j.engfracmech.2006.04.022.
- He, Xiacong. (2011). "A Review of Finite Element Analysis of Adhesively Bonded Joints." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 31(4):248–64. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2011.01.006.
- He, Xiacong. (2014). "Influence of Boundary Conditions on Stress Distributions in a Single-Lap Adhesively Bonded Joint." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 53:34–43. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2014.01.009.
- Hibbeler, R. C., and K. H. Tan. (2006). *Structural Analysis*. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.
- Ishai, O., D. Peretz, and S. Gali. (1977). "Direct Determination of Interlaminar Stresses in Polymeric Adhesive Layer." *Experimental Mechanics* 17:265–70. doi: <https://doi.org/10.1007/BF02324841>.
- Kadioglu, F., R. D. Adams, and F. J. Guild. (2000). "The Shear Stress–Strain Behaviour of Low-Modulus Structural Adhesives." *The Journal of Adhesion* 73(2–3):117–33. doi: 10.1080/00218460008029302.
- Kaufman, J. G. (2000). *Introduction to aluminum alloys and tempers*. ASM International, Metals Park, OH
- Liljedahl, C. D. M., A. D. Crocombe, M. A. Wahab, and I. A. Ashcroft. (2006). "Modelling the Environmental Degradation of the Interface in Adhesively Bonded Joints Using a Cohesive Zone Approach." *The Journal of Adhesion* 82(11):1061–89. doi: 10.1080/00218460600948495.
- Logan, Daryl L. (2002). *A First Course in the Finite Element Method*. Vol. 4. Thomson.
- Loureiro, A. L., Lucas F. M. da Silva, Chiaki Sato, and M. A. V. Figueiredo. (2010). "Comparison of the Mechanical Behaviour Between Stiff and Flexible Adhesive Joints for the Automotive Industry." *The Journal of Adhesion* 86(7):765–87. doi: 10.1080/00218464.2010.482440.
- Pereira, A. M., J. M. Ferreira, F. V. Antunes, and P. J. Bártolo. (2009). "Study on the Fatigue Strength of AA 6082-T6 Adhesive Lap Joints." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 29(6):633–38. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2009.02.009.

- Pereira, A. M., J. M. Ferreira, F. V. Antunes, and P. J. Bártolo. (2010). "Analysis of Manufacturing Parameters on the Shear Strength of Aluminium Adhesive Single-Lap Joints." *Journal of Materials Processing Technology* 210(4):610–17. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2009.11.006.
- Rice, Richard C., R. Goode, J. Bakuckas, and S. Thompson. (2003). "Development of MMPDS Handbook Aircraft Design Allowables." in 7th Joint DOD/FAA/NASA Conference on Aging Aircraft.
- da Silva, Lucas F. M., Paulo J. C. das Neves, R. D. Adams, and J. K. Spelt. (2009). "Analytical Models of Adhesively Bonded Joints—Part I: Literature Survey." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 29(3):319–30. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2008.06.005.
- Tajally, Mohammad, and Esmail Emadoddin. (2011). "Mechanical and Anisotropic Behaviors of 7075 Aluminum Alloy Sheets." *Materials & Design* 32(3):1594–99. doi: 10.1016/j.matdes.2010.09.001.
- Tomblin, John, Waruna Seneviratne, Paulo Escobar, and Yap Yoon-Khian. (2002). "Shear Stress-Strain Data for Structural Adhesives." US Department of Transportation Federal Aviation Administration Office of Aviation Research, Washington, DC, Rapport Technique DOT/FAA/AR-02/97.
- Vaidya, Uday K., Abhay R. S. Gautam, Mahesh Hosur, and Piyush Dutta. (2006). "Experimental–Numerical Studies of Transverse Impact Response of Adhesively Bonded Lap Joints in Composite Structures." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 26(3):184–98. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2005.03.013.
- Wang, J., A. N. Rider, M. Heller, and R. Kaye. (2005). "Theoretical and Experimental Research into Optimal Edge Taper of Bonded Repair Patches Subject to Fatigue Loadings." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 25(5):410–26. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2004.11.007.
- Wang, Jialai, and Chao Zhang. (2009). "Energy Release Rate and Phase Angle of Delamination in Sandwich Beams and Symmetric Adhesively Bonded Joints." *International Journal of Solids and Structures* 46(25–26):4409–18. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2009.09.003.
- Yoon, Jeong-Whan, Frédéric Barlat, Robert E. Dick, Kwansoo Chung, and Tae Jin Kang. (2004). "Plane Stress Yield Function for Aluminum Alloy Sheets—Part II: FE Formulation and Its Implementation." *International Journal of Plasticity* 20(3):495–522. doi: 10.1016/S0749-6419(03)00099-8.
- Zhang, Ye, Anastasios P. Vassilopoulos, and Thomas Keller. (2010). "Effects of Low and High Temperatures on Tensile Behavior of Adhesively-Bonded GFRP Joints." *Composite Structures* 92(7):1631–39. doi: 10.1016/j.compstruct.2009.11.028.
- Zhao, Bo, and Zhen-Hua Lu. (2009). "A Two-Dimensional Approach of Single-Lap Adhesive Bonded Joints." *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 16(2):130–59. doi: 10.1080/15376490802625464.
- Zhao, X., R. D. Adams, and L. F. M. da Silva. 2011a. "Single Lap Joints with Rounded Adherend Corners: Experimental Results and Strength Prediction." *Journal of Adhesion Science and Technology* 25(8):837–56. doi: 10.1163/016942410X520880.
- Zhao, X., R. D. Adams, and L. F. M. da Silva. 2011b. "Single Lap Joints with Rounded Adherend Corners: Stress and Strain Analysis." *Journal of Adhesion Science and Technology* 25(8):819–36. doi: 10.1163/016942410X520871.
- Zhao, X., R. D. Adams, and Lucas F. M. da Silva. (2010). "A New Method for the Determination of Bending Moments in Single Lap Joints." *International Journal of Adhesion and Adhesives* 30(2):63–71. doi: 10.1016/j.ijadhadh.2009.09.001.