



Kahramanmaraş Sütçü İmam University

Journal of Engineering Sciences



Geliş Tarihi : 02.06.2022
Kabul Tarihi : 28.06.2022

Received Date : 02.06.2022
Accepted Date : 28.06.2022

DC MOTORA UYGULANAN LQR KONTROLÇÜ İÇİN AĞIRLIK MATRİSLERİNİN NSGA-II TABANLI ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYONU

NSGA-II BASED MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF WEIGHT MATRICES FOR LQR CONTROLLER APPLIED TO DC MOTOR

Ali Fazıl UYGUR^{1*} (ORCID: 0000-0002-1049-4927)

¹ Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye

*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Ali Fazıl UYGUR, fuygur@ksu.edu.tr

ÖZET

LQR kontrol yaklaşımıyla, Lineer Zamanla Değişmeyen bir sistemin kararlılığının temin edilmesi yanında, sistemin geri besleme kazancına, karesel bir performans ölçütü ya da maliyet fonksiyonunun minimizasyonu yoluyla ulaşılması, bu yaklaşımı, kapalı çevrim sistemden beklenen performansı, şekillendirme kabiliyetine sahip kılmaktadır. Bu noktada, minimize edilecek performans ölçütünün, içerdiği ağırlık matrisi parametreleriyle, optimum tayini, kontrolcü performansı bakımından önemlidir. Ağırlık matrislerinin optimizasyonu, kontrolcünden beklenen çoklu performans amaçları doğrultusunda gerçekleştirilmelidir. Bu çok amaçlı bir optimizasyon problemidir. Ağırlık matrisleri, optimizasyon yapılmaksızın, deneme yanılma, kutup atama gibi klasik yöntemlerle ayarlanabilir olsa da bu yorucu ve zaman alıcı olabilmektedir. Bu zorluğu aşabilmek adına, çeşitli çok amaçlı optimizasyon teknikleri kullanılabilir. Bu çalışmada, *LQR* tabanlı optimal *DC* motor kontrolü amaçlanmıştır. Kontrolcünün, maliyet fonksiyonuna dair *Q* ve *R* ağırlık matrisi parametreleri, çok amaçlı optimizasyon tekniklerinden biri olan ve Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA-II) olarak bilinen algoritma yardımıyla ayarlanmıştır. Elde edilen optimum parametrelerle sentezlenen, *LQR* kontrolcünün performans bulguları, simülasyon sonuçları ile sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: LQR, NSGA-II, çok amaçlı optimizasyon, pareto-optimal, DC motor

ABSTRACT

In addition to ensuring the stability of a linear time-invariant system with the LQR control approach, the feedback gain of the system is achieved by minimizing a quadratic performance measure or cost function, making this approach capable of shaping the performance expected from a closed-loop system. At this point, optimum determination of the performance criterion to be minimized with the parameters of the weight matrix is important for the controller performance. Optimization of the weight matrices should be performed with the multiple performance objectives expected of the controller. This is a multi-objective optimization problem. Although weight matrices can be adjusted by classical methods such as trial and error, pole assignment, without optimization, this can be tedious and time consuming. Various multi-objective optimization techniques can be used to overcome this difficulty. In this study, LQR-based optimal DC motor control is aimed. The Q and R weight matrix parameters of the controller's cost function are adjusted with the help of an algorithm known as Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA-II), which is one of the multi-objective optimization techniques. The performance findings of the LQR controller, synthesized with the optimum parameters obtained, are presented with the simulation results.

Keywords: LQR, NSGA-II, multi-objective optimization, pareto-optimal, DC motor

GİRİŞ

Göz önüne alınan bir sistem için bir takım fiziksel kısıtlar altında önceden belirlenmiş olan performans kriterlerinin optimize edilmesini amaçlayan kontrolcü tasarımı yaklaşımı optimal kontrolün konusunu teşkil eder. Bu alandaki gelişmelerin ortaya çıkardığı ve çok değişkenli bir optimal kontrol yaklaşımı olan Lineer Kuadratik Regülatör (*LQR*), uygulandığı sistemin kararlılığını geliştirmesinin yanı sıra minimum kontrol çabasıyla sistemin durum yörüngelerindeki sapmayı en aza indirmeye kabiliyetine sahiptir. Lineer Zamanla Değişmeyen (*LTI*) bir sistem, *LQR* kontrol altında hem kararlı kılınmakta, hem de karesel bir performans ölçütünü minimum kılacak şekilde, sistem için optimal bir geri besleme kazancı elde edilmektedir (Lewis, 1986). *LQR* kontrol yaklaşımı, bir takım kontrol mühendisliği problemlerinin çözümü amacıyla kullanılıyorken aynı zamanda pek çok diğer kontrol yöntemine de temel teşkil ettiğinden modern kontrol teorisinde çok önemli bir yere sahiptir (Athans, 1966).

LQR kontrolcü karesel bir maliyet fonksiyonu minimize etmektedir. Öyle ki bu maliyet fonksiyonu içerisinde Q ve R gibi iki parametre matrisi bulunmakta olup, Q matrisi ile sistemin durumları, R matrisi ile de sisteme uygulanan kontrol işareti ağırlıklandırılmaktadır (Hassani and Lee, 2014). *LQR* kontrolcünün tasarımında, kapalı çevrim kontrol sistemi için arzulanan performansın yakalanması bakımından Q ve R ağırlık matrisi parametrelerinin en uygun biçimde ayarlanması büyük önem arz etmektedir (Nise, 2007; HG Kamil, 2015). Söz konusu bu parametrelerin ayarlanması için deneme yanılma, kutup atama ve Bryson yöntemi gibi klasik yaklaşımlar kullanılabilir olsa da bu yöntemler yorucu ve zaman alıcı olabilmektedir (Al-Mahturi and Wahid, 2017). Ancak kapalı çevrim sisteme dair yüzde aşım miktarı, yerleşme zamanı ve sürekli hal hatası gibi zaman domeni kriterleri ile Q ve R parametreleri arasında doğrudan bir ilişki söz konusu olmayıp, bu parametreleri ayarlayacak sistematik teknikler de bulunmamaktadır (Ata and Coban, 2015). Bununla beraber ilgili parametrelerin ayarlanması maksadıyla parçacık sürü optimizasyonu ve yapay arı kolonisi algoritması gibi çeşitli sürü zekâsı tabanlı optimizasyon tekniklerinin yanı sıra genetik algoritma vb. tekniklerde kullanılmaktadır (Bottura and Da Fonseca Neto, 1999; Mobayen et al., 2011).

Bu çalışma kapsamında, *LQR* tabanlı optimal *DC* motor kontrolü amaçlanmıştır. Bu maksatla *LQR* kontrolcü için söz konusu karesel maliyet fonksiyonuna dair Q ve R ağırlık matrisi parametrelerinin ayarlanması gerekmektedir. İlgili parametrelerin ayarlanması, çok amaçlı optimizasyon tekniklerinden biri olan ve NSGA-II olarak bilinen optimizasyon algoritması yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Elde edilen optimum parametreler kullanılarak sentezlenen *LQR* kontrolcünün sistem üzerindeki performansına dair bulgular, gerçekleştirilen simülasyon sonuçları ile sunulmuştur.

MATERYAL VE METOD

LQR Kontrol Yaklaşımı

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{1}$$

Denklem-1’de verilen lineer zamanla değişmeyen bir sistemi göz önüne alalım. Burada $x(t)$, $y(t)$ ve $u(t)$ sırasıyla n , r ve m boyutlu durum, çıkış ve kontrol vektörlerini ifade etmektedirler.

LQR kontrolcü tasarımı prosedürü Denklem-2’de verilmiş olan karesel maliyet fonksiyonunu minimize etmek amacıyla Denklem-3’te gösterildiği gibi bir lineer durum geri beslemesi kontrol kuralının elde edilmesine karşı gelir.

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt\tag{2}$$

$$u(t) = -Kx(t)\tag{3}$$

Burada $x^T Q x$ ile kontrol işaretinin enerjisi ifade edilirken, $u^T R u$ ile ise transient enerji ifade edilmektedir.

Maliyet fonksiyonunda yer alan, simetrik yarı pozitif tanımlı $Q \in R^{n \times n}$ matrisi sistemin durumlarını ağırlıklandırmakta olup, simetrik pozitif tanımlı $R \in R^{m \times m}$ matrisi ise kontrol işareti ağırlıklarını ihtiva etmektedir.

Denklem-3'te verilen lineer durum geri beslemesi kuralındaki K kontrol kazanç matrisi Denklem-4'te verildiği gibi hesaplanmaktadır.

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4)$$

Bu denklemde görülen P matrisi ise Denklem-5'te verilmiş olan Cebirsel Riccati Denklemi'nin simetrik yarı pozitif tanımlı çözümüne tekabül etmektedir.

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (5)$$

Bu sayede Denklem-3'teki lineer durum geri beslemeli kontrol kuralı kullanılmak suretiyle minimum kontrol eforu harcanarak, kapalı çevrim sistem çıkışının arzulan değere mümkün olduğunca yakın seyretmesi garantilenmiş olmaktadır.

Çok Amaçlı Olarak LQR Kontrolcüye Dair Ağırlık Matrislerinin Optimizasyonu

Bu çalışmada LQR kontrolcü için ağırlık matrislerinin çok amaçlı optimizasyon yaklaşımıyla belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu hedefe istinaden, evvela çok amaçlı optimizasyon problemimizin yapısını kurgulayacak, sonrasında ise hızlı ve iyi sonuçlar üretiyor olması bakımından tercih edilen ve NSGA-II olarak bilinen çok amaçlı optimizasyon algoritması yardımıyla elimizdeki çok amaçlı optimizasyon problemini çözmeye çalışacağız. Bu anlamda, NSGA-II algoritması kullanılarak J karesel maliyet fonksiyonu içerisinde yer alan Q ve R ağırlık matrislerine dair Pareto-Optimal çözümler elde edilip, bu çözümlerden biri kullanılarak LQR için J karesel maliyet fonksiyonu belirlenir. J karesel maliyet fonksiyonunu minimize edecek olan lineer durum geri besleme kazancı K hesaplanarak, optimal LQR kontrolcü tasarımına ulaşılmış olur.

Çok amaçlı optimizasyon probleminin yapısını şekillendirirken iki amaç fonksiyonu üzerinde karar kılınmıştır. Amaç fonksiyonlarının oluşumunda istifade edilen faktörler, sistem durum vektörünün kararlı durumdan sapma miktarı ve kapalı çevrim sistem kutuplarının " s " düzlemindeki konumları olarak düşünülmüştür. Amaç fonksiyonları seçildikten sonra Q ve R ağırlık matrislerinin optimizasyonuna dair çok amaçlı optimizasyon probleminin yapısı belirlenecektir.

Amaç fonksiyonlarının ilki sistem durum vektörünün kararlı durumdan sapma miktarı üzerinden Q ve R matrislerinden f_1 'e gerçekleşen bir eşleme olarak, Denklem-6'da verildiği gibi seçilmiştir;

$$f_1(Q, R) = \int_0^{\infty} x^T x dt \quad (6)$$

Seçilen Q ve R değerleri üzerinden hesap yoluyla optimal LQR kontrolcü elde edilir ve bu kontrolcü yardımıyla sistem simüle edilerek f_1 amaç fonksiyonunun değeri hesaplanır. Kontrolcünün sergilediği performansın ölçüsü f_1 amaç fonksiyonunun değeri ile belirlenir. Daha küçük f_1 değerleri kontrolcünün daha iyi bir kontrol performansı sergilediğinin göstergesidir.

Kapalı çevrim sistemin kararlılığı sistem kutuplarının sol yarı " s " düzleminde bulunmasını gerektirir. LQR yaklaşımıyla tasarlanan kontrolcü bu anlamda kararlı olsa da kapalı çevrim kutuplarının sol yarı " s " düzleminde sanal eksenenden olan uzaklıkları büyüdükçe sönüm etkisi hızlanacak, aksi taktirde ise yavaşlayacaktır. İşte, ikinci amaç fonksiyonunun ifadesi de kapalı çevrim sistem kutuplarının " s " düzlemindeki konumları kullanılarak Denklem-7'deki gibi verilmektedir.

$$f_2(Q, R) = \frac{1}{c + \max\{\text{abs}(\text{real}[\text{eig}(A - BK)])\}} \quad (7)$$

f_2 amaç fonksiyonu, kapalı çevrim kutupları ile sanal eksen arasındaki pozisyon ilişkisini ortaya koymaktadır. Yani f_2 'nin değeri küçüldükçe kapalı çevrim kutuplarının, sol yarı " s " düzleminde sanal eksenenden olan uzaklıkları

artacaktır. f_2 'nin ifadesinde yer alan "c", hata oluşumunu engellemek amacıyla kullanılan pozitif bir düzeltme katsayısıdır.

Amaç fonksiyonları seçildikten sonra Q ve R ağırlık matrislerinin optimizasyonuna dair çok amaçlı optimizasyon probleminin yapısı, veya bir başka ifadeyle, çok amaçlı optimizasyon stratejisi belirlenmelidir. Öncelikle LQR ağırlık matrisleri Q ve R 'ye bir göz atılacak olursa, ağırlık matrislerinin pratikte köşegen formda aşağıdaki gibi kullanıldıkları görülür.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & q_{nn} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_{mm} \end{bmatrix}$$

Q ve R ağırlık matrislerinin köşegenleri üzerindeki elemanları birleştirmek suretiyle elde etmiş olduğumuz $n + m$ bileşenli $deg = [q_{11}, q_{22}, \dots, q_{nn}, r_{11}, r_{22}, \dots, r_{mm}]$ değişken vektörünü kullanıp, amaç fonksiyonları için (8) no'lu gösterimleri benimseyecek olursak, çok amaçlı optimizasyon problemimizin yapısı (9) no'lu ifadede gösterildiği gibi olacaktır.

$$f_1(deg) = \int_0^{\infty} x^T x dt, f_2(deg) = \frac{1}{c + \max(\text{abs}(\text{real}(A - BK)))}, f(deg) = (f_1(deg), f_2(deg)) \quad (8)$$

$$\min f(deg)$$

$$\text{kısıt: } deg_i > 0 \quad 0 < i \leq n + m$$

(9)

Burada " deg_i ", " deg " değişken vektörünün i . bileşenini ifade etmektedir.

NSGA-II Çok Amaçlı Optimizasyon Algoritması

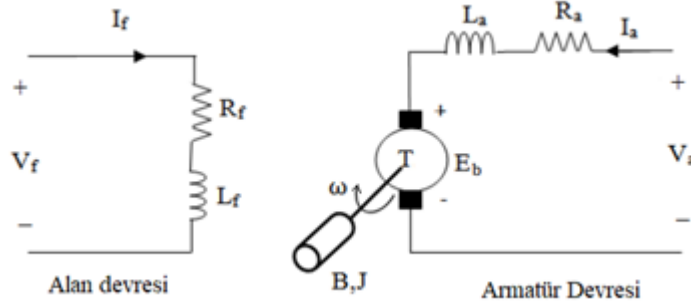
Kontrol sisteminin birden çok performans ölçütüne beraberce odaklanabilmesi, belirlemiş olduğumuz çok amaçlı optimizasyon probleminin amaç fonksiyonlarının mümkün olduğunca beraberce minimum yapılmasını gerektirir. Bunu sağlayacak olan şey LQR ağırlık matrisleri Q ve R 'nin optimal çözümleridir. Söz konusu çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü amacıyla kullanacağımız, NSGA-II algoritmasına dair optimizasyon sürecinin basamakları aşağıda maddeler halinde sunulmuştur.

- 1) deg bireylerinin oluşturduğu başlangıç nesli oluşturulur.
- 2) Her bir var bireyi için amaç fonksiyonu hesaplanır.
- 3) Bireyler her biri yek diğerine baskın olmayacak şekilde sıralanır ve sıralanan bireyler derecelendirilir.
- 4) Yığılma uzaklığı (YU) hesaplanır.
- 5) deg bireylerinden oluşan neslin yarısı, her bir bireyin derecesi ve YU değeri üzerinden ebeveyn nesil olarak seçilir. Yani rastgele seçilen iki bireyin dereceleri farklı ise derecesi büyük olan, aksi taktirde ise YU değeri büyük olan birey ebeveyn olarak seçilir.
- 6) İkili çaprazlama benzetimi ve polinomsal mutasyon gerçekleştirilir.
- 7) Ebeveyn nesil ile oluşan yeni nesil birleştirilerek, 3 ve 4 numaralı adımlar icra edilir. Tekrar başlangıç neslindeki birey sayısına ulaşıncaya kadar, derecelerine ve YU değerlerine bakılarak bireyler arasından seçim yapılır.
- 8) 2,3,4,5,6,7 numaralı adımlar, maksimum nesil sayısına ulaşıncaya kadar tekrar edilirler.

NSGA-II algoritması kullanılarak gerçekleştirilen çok amaçlı optimizasyon tamamlandığında Q ve R ağırlık matrisleri için Pareto-Optimal çözümlere ulaşılmış olacaktır. Pareto-Optimal çözümlerden hangisi üzerinde uzlaşılacağı ya da en uygun çözümün hangisi olacağı konusunda, Pareto-Front'un şekli veya tercih sebebi belirleyici olacaktır. Pareto-Optimal çözümlerden, üzerinde uzlaşılan yani en uygun kabul edilen çözüme karar verildikten sonra bu çözüme karşı gelen Q ve R matris çifti kullanılarak, karesel maliyet fonksiyonu J hesaplanır. Son olarak hesaplanan J karesel maliyet fonksiyonunu minimum kılan LQR optimal kontrolcünün tasarımı gerçekleştirilir (Li, Liu, and Wang 2008).

DC Motorun Durum Uzayı Modeli

Bu çalışmada, LQR ağırlık matrislerinin, NSGA-II algoritması kullanılarak çok amaçlı optimizasyonu sonucu ulaşılan, optimal LQR kontrolcünün performansı doğru akım motoru üzerinde gerçekleştirilen simülasyon çalışması ile ortaya koyulacaktır. Bunun için öncelikle DC motorun matematik modelinin çıkarılması uygun olacaktır.



Şekil 1. DC Motorun Eşdeğer Devre Modeli

Şekil 1' de sabit alan uyarımlı DC motorun eşdeğer devresi görülmektedir. DC motorun armatür devresinin elektriksel denklemleri aşağıdaki gibidir;

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E_b \quad (10)$$

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K_b w$$

Burada V_a armatür gerilimini, R_a armatür direncini, L_a armatür indüktansını, E_b zıt elektromotor kuvvetini, K_b zıt elektromotor kuvveti sabitini, w motorun açısal hızını ve i_a armatür akımını göstermektedir. Mekanik kısma ait dinamikler, aşağıdaki tork denge denklemleriyle ifade edilmektedir.

$$T = K_T i_a = J \frac{dw}{dt} + Bw \quad (11)$$

Burada J motorun atalet momentini, T motor torkunu, B viskoz sürtünme katsayısını ve K_T tork çarpanı sabitini vermektedir. (10) ve (11) no'lu denklemler tekrar düzenlenip ifade edilecek olursa Denklem-12'ye ulaşılır.

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{K_b}{L_a} w + \frac{V_a}{L_a} \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{K_T}{J} i_a - \frac{B}{J} w \end{aligned} \quad (12)$$

Bu çalışmanın LQR kontrolcü tasarımını içermesi sebebiyle DC motor için durum uzayı modelinin elde edilmesi uygun olacaktır. Bu maksatla DC motor için açısal hız (w) ve armatür akımı (i_a)'yı durum değişkenleri olarak belirleyip, armatür gerilimi (V_a)'yı giriş, açısal hız (w)'yı da çıkış olarak seçersek DC motorun durum uzayındaki ifadesi Denklem-13' teki gibi olacaktır.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} V_a \quad (13)$$

$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_a \\ w \end{bmatrix}$$

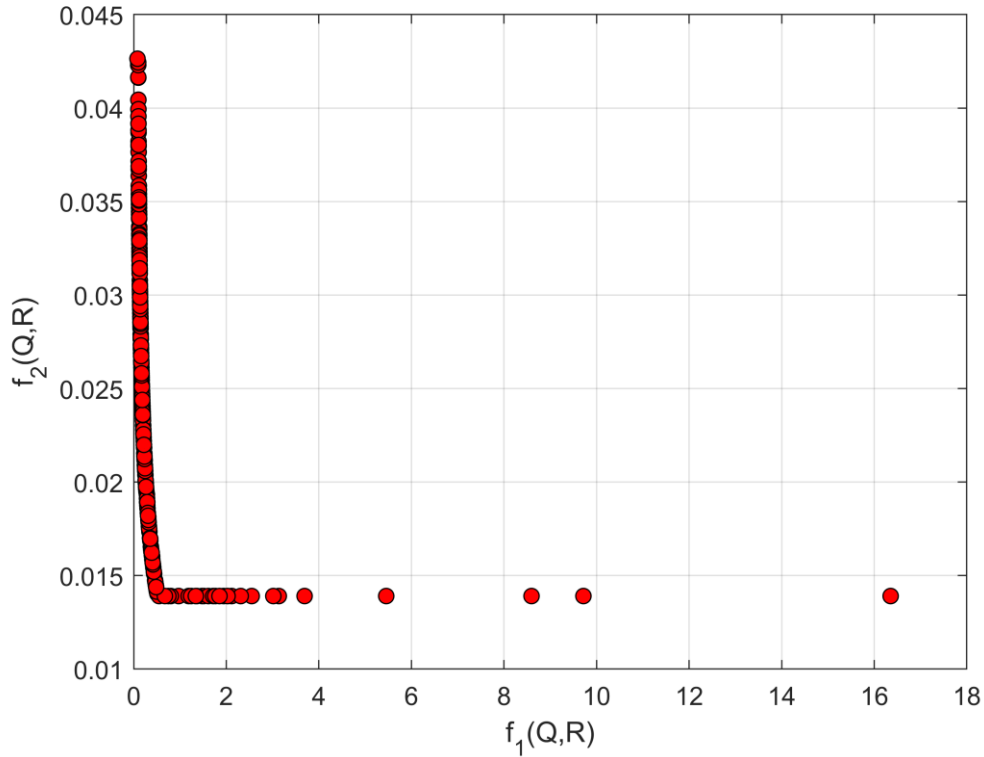
NSGA-II ile Ağırlık Matrisleri Optimize Edilmiş LQR Kontrolcünün DC Motora Uygulanması

Ağırlık matrisleri optimize edilerek DC motora uygulanacak olan **LQR** kontrolcünün tasarımı Denklem-13'teki DC motorun durum uzayı modeli kullanılarak gerçekleştirilecektir. Ağırlık matrislerinin optimizasyonu gerçekleştirilirken NSGA-II algoritması için seçilen ayarlar Tablo 1'de verilmiştir.

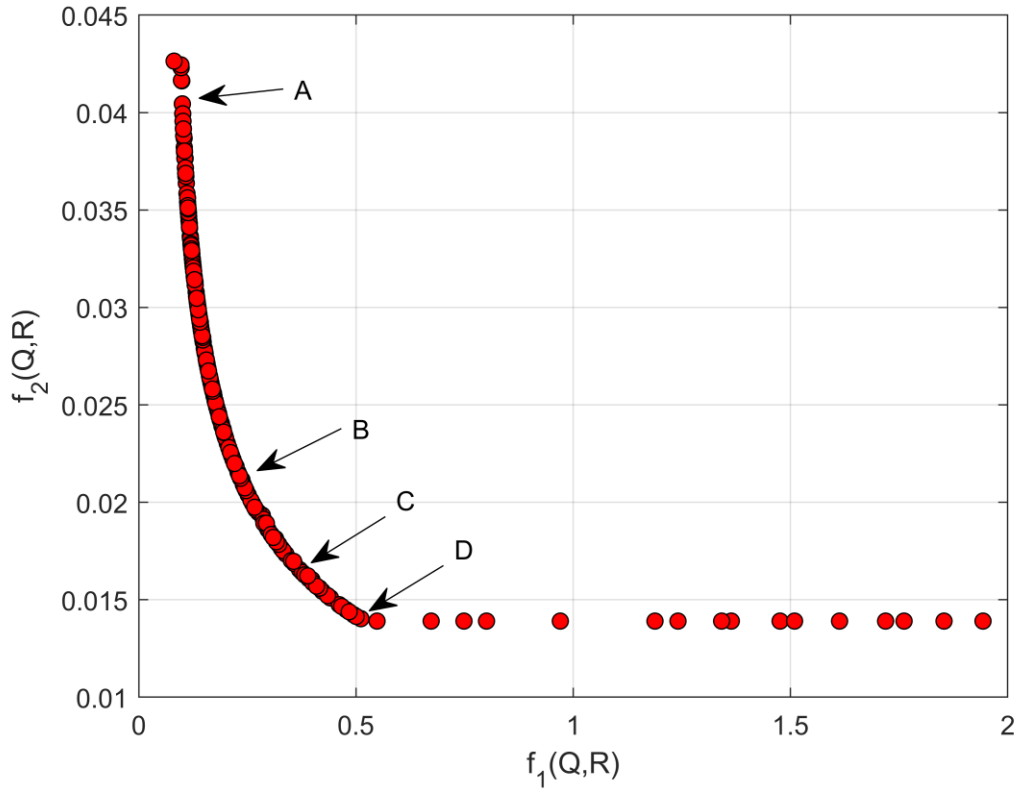
Tablo 1. NSGA-II için Uygulanan Ayarlar

NSGA-II parametresi	Değeri
Neslin birey sayısı	200
Çaprazlama olasılığı	0.9
Mutasyon olasılığı	0.5
Maksimum nesil sayısı	20
Mutasyon gücü	0.05

NSGA-II yardımıyla optimize edilmiş olan **Q** ve **R** ağırlık matrisleri için Pareto-Optimal çözümleri veren $f_1(Q, R)$ ve $f_2(Q, R)$ amaç fonksiyonlarına dair Pareto-Front grafiği Şekil 2'de gösterildiği gibi olmaktadır.

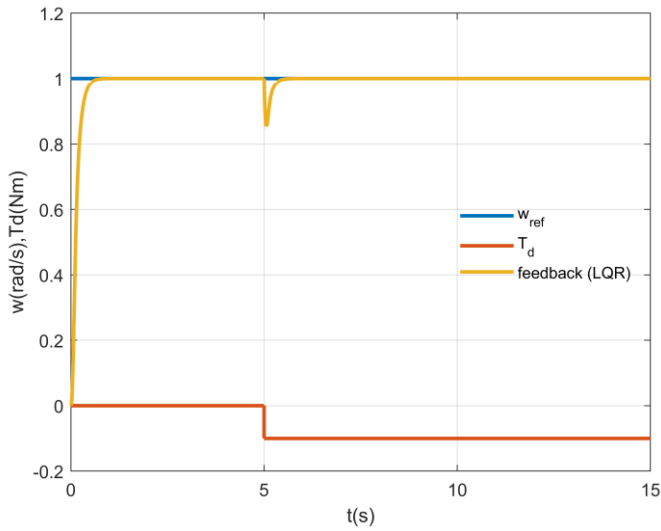


Şekil 2. Amaç Fonksiyonları için Pareto Front Grafiği

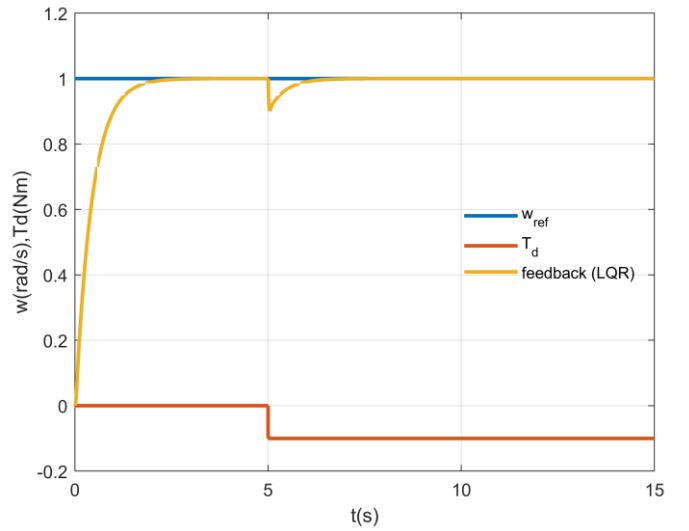


Şekil 3. [0,2] Aralığındaki f_1 Değerleri için Amaç Fonksiyonlarının Pareto Front Grafiği

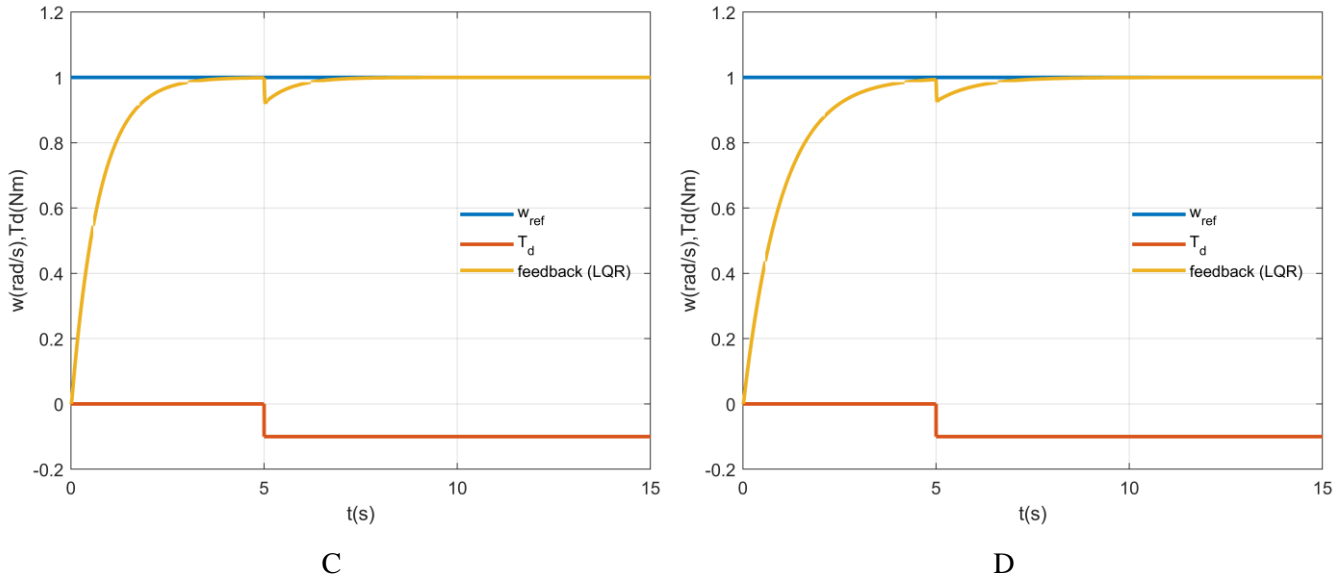
Şekil 3'teki amaç fonksiyonlarına dair Pareto Front grafiği üzerindeki **A, B, C, D** noktalarının tekabül ettiği, 4 farklı **Q** ve **R** ağırlık matrisi çiftine dair elde edilmiş olan, 4 farklı **LQR** optimal kontrolcünün performansı Şekil 4'te ayrı ayrı görülmektedir. Her durumda DC motora, bozucu giriş olarak, $t \geq 5s$ için motorun dönüş istikametinin aksine **0.1 Nm** tork uygulanmıştır.



A



B



Şekil 4. Pareto-Front Grafiğindeki 4 Farklı Nokta için Elde Edilen Kapalı Çevrim Sistem Cevapları

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Çok amaçlı optimizasyon yardımıyla ağırlık matrisleri optimize edilen **LQR** optimal kontrolcünün DC motor örneği üzerindeki simülasyon sonuçları incelendiğinde, Şekil 3' teki Pareto-Front grafiğinde görülen A noktasından D noktasına doğru gidildikçe f_1 amaç fonksiyonunun değeri artmaktadır. Bu da kararlı duruma sapma miktarına dair integralin yani hatanın enerjisinin büyümekte olduğu anlamını taşır. Bu sebeple kararlı duruma ulaşma zamanı gitgide uzamakta sistemin referansı yakalaması daha uzun sürmektedir. Şekil 4'te verilen sistem cevabı grafiklerinde bu durum açıkça görülmektedir. Yine A noktasından D noktasına doğru gidildikçe f_2 amaç fonksiyonunun değeri azalmakta yani kapalı çevrim sistemin sol yarı "s" düzleminde yer alan kutupları imajiner eksenden uzaklaşmaktadır. Bu da yine Şekil 4'teki grafiklerden de görüleceği üzere sönüm etkisinin artmasına sebep olmaktadır. Burada aydınlatılması gereken önemli nokta, Pareto-Front grafiği üzerindeki Pareto-Optimal çözümlerden hangisi kullanılarak **LQR** kontrolcünün tasarlanacağı konusudur. Bu noktada, belirleyici olacak olan Pareto-Front'un şekli veya kapalı çevrim sistemden beklediğimiz performans konusunda neyi önemseydiğimizdir.

KAYNAKLAR

- Al-Mahturi, Ayad, and Herman Wahid. (2017). Optimal tuning of linear quadratic regulator controller using a particle swarm optimization for two-rotor aerodynamical system. *International Journal of Electronics and Communication Engineering* 11(2):196–202. doi: 10.5281/zenodo.1128899.
- Ata, Baris, and Ramazan Coban. (2015). Artificial bee colony algorithm based linear quadratic optimal controller design for a nonlinear inverted pendulum. *International Journal of Intelligent Systems and Applications in Engineering* 3(1):1–6.
- Athans, M. (1966). The status of optimal control theory and applications for deterministic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 11(3):580–96. doi: 10.1109/TAC.1966.1098353.
- Bottura, C. P., and J. V Da Fonseca Neto. (1999). Parallel eigenstructure assignment via LQR design and genetic algorithms. Pp. 2295–99 vol.4 in Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251). Vol. 4.
- Hassani, Kaveh, and Won Sook Lee. (2014). Optimal tuning of linear quadratic regulators using quantum particle swarm optimization. *International Conference of Control, Dynamic Systems, and Robotics* (59):1–8.
- HG Kamil. (2015). Intelligent model-based control of complex three-link mechanisms. Cardiff University.
- Lewis, Frank L. (1986). Optimal control. New York: Wiley.

Li, Yong, Jianchang Liu, and Yu Wang. (2008). Design approach of weighting matrices for lqr based on multi-objective evolution algorithm. Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Information and Automation, ICIA 2008 (2):1188–92. doi: 10.1109/ICINFA.2008.4608180.

Mobayen, S., A. Rabiei, M. Moradi, and B. Mohammady. (2011). Linear quadratic optimal control system design using particle swarm optimization algorithm. *International Journal of Physical Sciences* 6(30):6958–66. doi: 10.5897/IJPS11.726.

Nise, N. S. (2007). Control systems engineering. Wiley.