



Kahramanmaraş Sütçü İmam University

Journal of Engineering Sciences



Geliş Tarihi : 14.09.2022
Kabul Tarihi : 19.11.2022

Received Date : 14.09.2022
Accepted Date : 19.11.2022

DHGUP TABANLI BEYİN-BİLGİSAYAR ARAYÜZLERİ İÇİN ALT UZAY KEŞFİ

SUBSPACE DISCOVERY FOR SSVEP BASED BRAIN-COMPUTER INTERFACES

Abdullah Kutay CANKI¹ (ORCID: 0000-0002-4485-6826)
Hüseyin ÖZKAN^{1*} (ORCID: 0000-0002-5539-9085)

¹ Sabancı Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Elektronik Mühendisliği, İstanbul, Türkiye

*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Hüseyin ÖZKAN, huseyin.ozkan@sabanciuniv.edu

ÖZET

Bu makalede, günümüz modern uygulamalarında hızla artan veri miktarı ve boyutlarının sebep olduğu algoritma eğitme sorunlarının çözümüne yönelik, kompakt veri özneliklerinin öğrenilmesi amacıyla bir boyut indirgeme metodu önerilmiştir. Verinin boyutu yüksek olsa da, genellikle taşıdığı bilgi daha düşük boyutlu alt uzaylarda yaşar. Çalışmamızda, böyle alt uzayların bir kümesel birleşimi burada geliştirdiğimiz yenilikçi bir ileri beslemeli sinir ağı ile algoritmik öğrenilmiştir. İlâveten, bu bağlamdaki sınıflandırma problemleri üzerinde durduk. Metodumuzun performansı öncelikle kendi oluşturduğumuz bir yapay veri seti üzerinde incelenmiştir. Sonrasında ise, durağan hal görsel uyarılmış potansiyel (DHGUP) tabanlı beyin-bilgisayar arayüzü (BBA) heceletici sistemleri için sıkça kullanılan genel kullanıma açık bir veri seti üzerinde metodumuz test edilmiştir. Sonuçlar, metodumuzun alt uzayları başarıyla bulabildiğini ve diğer DHGUP BBA heceletici hedef karakter tanıma metodlarından makul zaman aralıklarında daha iyi bir performans (0,8 saniye sinyal uzunluğunda 156 bit/dk'lık veri aktarım hızı) verdiğini göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Alt uzay öğrenimi, boyut indirgeme, beyin-bilgisayar arayüzü, sınıflandırma, yapay sinir ağı

ABSTRACT

In this paper, a dimensionality reduction method is proposed for the learning of compact data features in order to mitigate the algorithm training issues caused by the increasing data size and dimensionalities in today's modern applications. Although the dimension of data is high, most of the information typically lives in lower dimensional subspaces. In our study, a set combination of such subspaces is algorithmically learned by a novel feed forward neural network that we develop here. Additionally, we consider classification problems in this context. The performance of our method is first evaluated on a synthetic dataset that we generated. Afterwards, our method is tested on a publicly open and widely used steady state visually evoked potentials (SSVEP)-based brain-computer interface (BCI) speller system dataset. The results reveal that our method successfully finds the subspaces and delivers a superior performance (156 bit/min information transfer rate at 0,8 seconds of signal length) than other SSVEP BCI speller target character recognition methods in reasonable time intervals.

Keywords: Subspace learning, dimensionality reduction, brain-computer interface, classification, neural network

GİRİŞ

Son yıllardaki teknolojik gelişmelerden dolayı günümüz modern mühendislik uygulamalarında her gün giderek artan miktar ve boyutlarda veri üretilmektedir. Böyle büyük veriler matematikte tensör olarak adlandırılan diziler ile yüksek boyutlu bir uzayda temsil edilirler (Kolda ve Bader, 2009). Boyutluluk probleminden (İng: curse of dimensionality) dolayı bu uzayda çalışmak hem istatistiki öğrenme açısından zordur, hem de yüksek hesaplama gücü gerektirir. Bu nedenle verimli bir işlem için verilerdeki kompakt özneliklerin öğrenilmesi büyük bir önem arz eder (Lu, Plataniotis ve Venetsanopoulos, 2013). Bu tensör verileri yüksek boyutlu uzayda genellikle rastgele yer almazlar; daha ziyade bir alt uzay ile sınırlıdır. Bu nedenle boyut indirgeme teknikleri ile yüksek boyutlu verilerin düşük boyutlu bir uzaya (kompakt öznelikler), yani bir alt uzaya, eşlenişi öğrenilmeye çalışılır (Ghods, 2006). Bu teknikler, hedef uygulama hakkındaki bilgilerin çoğunu korumayı amaçlarken yüksek boyutlu veriyi düşük boyutlu bir temsile dönüştürme girişimleridir. Bunlar özetle alt uzay öğrenme metotlarıdır.

Biz bu çalışmamızda, biri yüksek boyutta diğeri yine yüksek boyutta ama özünde düşük boyutlu birden fazla alt uzayda yaşayan olmak üzere, iki ayrı sınıftan meydana gelen bir veriyi önerdiğimiz yenilikçi bir metot ile birden fazla sayıda düşük boyutlu alt uzaylara ayırdık. Amaç bu alt uzayları tespit etmek suretiyle daha etkin bir sınıflandırma yapmaktır. Bunu başarmak için, ilk katmanlarında alt uzayları öğrenen sonraki katmanlarında ise sınıflandırma yapan ileri beslemeli bir sinir ağı geliştirdik ve bu ağı yine önerdiğimiz bir yitim fonksiyonuyla eldeki etiketli veriyi kullanarak eğittik. Bir sentetik veri seti oluşturarak metodumuzun performansını ve alt uzay öğrenme yeteneğini test ettik. İlaveten metodumuzu, doğası gereği alt uzay öğrenme yapısına uygun gerçek bir uygulama olan durağan hal görsel uyarılmış potansiyel (DHGUP) ve Electroencephalogram (EEG) tabanlı beyin-bilgisayar arayüzü (BBA) heceletici sistemlerindeki (DHGUP EEG BBA heceletici sistemlerin bir tanıtımı için bkz. Guney, Oblokulov ve Ozkan, 2022) hedef karakter tanıma problemine uyguladık. Yaptığımız deneylerde, önerdiğimiz metodumuzun, alt uzayları başarıyla bulabildiği ve karşılaştırılan DHGUP EEG BBA heceletici literatür rakip yaklaşımlarına göre daha yüksek bir performans (0,8 saniye sinyal uzunluğunda 156 bit/dk'lık veri aktarım hızı alınmıştır) verdiği gözlemlenmiştir.

Boyut indirgeme yöntemlerinin belki de en bilineni temel bileşen analizidir (TBA, İng: PCA) (Abdi ve Williams, 2010). Bu yöntemde, üzerindeki varyansın maksimal olduğu birbirine dik ve büyüklükleri bir olan vektörlerin tanımladığı alt uzay bulunur. Bu sayede, verinin boyutu enerjide minimal bir kayıpla indirgenir. TBA yöntemi aynı zamanda doğrusal bir geri çatım hata minimizasyonu yöntemidir, aynı işlem doğrusal olmayan bir şekilde de yapılabilir. Örneğin, veri örnekleri arasındaki uzaklık bir Gauss çekirdek benzerliği üzerinden (ters orantılı olarak) ölçülürse, çekirdek-TBA yöntemi ortaya çıkar (Kim ve Klabjan, 2019). Öte yandan, veri örneklerinin doğrudan bir temsiline olmadığı ancak ikili uzaklıklarının bilindiği durumlarda çok-boyutlu ölçekleme (ÇBÖ, İng: multi-dimensional scaling, MDS) (Saeed vd., 2018) ile bu uzaklıkların mümkün mertebe korunduğu istenilen boyuttaki bir uzaya eşleşme yapılabilir. Esasında veri örnekleri arasındaki ikili uzaklık ölçümünü veya da ikili benzerliği, eldeki uygulamaya göre değiştirdikçe farklı bir doğrusal olmayan boyut indirgemesi meydana gelir. Örneğin, her veri noktası için en yakın komşuluklara bakıldığında yerel yöntemler (Liu, Zhang ve Gu, 2016) veya kurulan bir çizgenin köşeleri arasındaki en kısa uzaklık ÇBÖ kapsamında kullanıldığında ise isomap (Zhang vd., 2018a) elde edilir. Doğrusal olmayan (eğer ki uygun doğrusal olmayan düğüm aktivasyonları tercih edilirse) oto kodlayıcı metodunda (Zhai vd., 2018) ise, geri çatım hata minimizasyonu yaklaşımı ileri beslemeli kodlayıcı ve çözücü iki sinir ağının uç uca eklenmesi suretiyle uygulanır. Oto kodlayıcılarda olduğu gibi düşük boyutlu özneliğin doğrudan doğruya kendisini bulmak yerine, onun bir olasılık dağılımını bulup oradan örneklemek yoluna gidilirse de değişken (İng: variational) oto kodlayıcılar ortaya çıkar (Kingma ve Welling, 2019). Tüm bu yöntemlerde, doğrusal olsun veya olmasın, esasında tek bir alt uzay vardır. Bizim burada sunduğumuz yöntemin kurgusu ise tek değil çok sayıda alt uzayın bir küme birleşimi üzerinedir. Sınıflandırma sırasında aktif olan alt uzay bulunup oradan gelen bilgi üzerine durulur. Böyle bir özellik burada bahsedilen bilindik yöntemlerde yoktur. Bu sebepten sunulan çalışmamız tüm bu yöntemlerden daha temelden çok farklıdır.

Bilindiği üzere BBA'lar insanlar için yeni ve gelişmekte olan bir beyin-bilgisayar iletişim kanalı olması nedeniyle artan bir ilgi görmektedir (Rezeika vd., 2018). BBA'ların görece daha eskiye dayanan trendlerini ve uygulama alanlarını takip için Lebedev ve Nicolelis'in (2006) çalışması incelenebilir. BBA heceleticiler özellikle ciddi motor güçlükleri olan hastalar (örneğin ALS: amyotrofik lateral skleroz, felç ve omurilik hasarı) için onların iletişim kurmalarına yardımcı olmalarından dolayı oldukça önemlidir. DHGUP sinyalleri ise beynin görsel olarak titreşen objelere verdiği tepkiler olup genellikle EEG vasıtasıyla ölçülür. Bu tepki sinyallerinde görsel objenin titreşim frekansı ve onun harmonikleri baskındır (Rezeika vd., 2018). Dolayısıyla, Fourier spektrumundaki taban vektörleri

gibi sinüzoidal alt uzaylarda yaşayan bu DHGUP EEG sinyallerinin yapısı yukarıda bahsettiğimiz alt uzayların küme birleşimini öğrenme probleminin yapısı ile tam uyuşur.

DHGUP EEG BBA heceletici sistemlerde, kullanıcı (örneğin bir ALS hastası) her bir karakterin farklı bir frekansla titreştiği bir karakter matrisini gösteren bir bilgisayar ekranı önüne belirli bir mesafede konumlandırılır ve kullanıcı heceletmek istediği karaktere odaklanır. Temel amaç bir yandan alınan DHGUP EEG sinyali üzerinden hedef karakteri (kullanıcının odaklandığı karakteri) tahmin ederken bir yandan da doğruluk ortalaması ve sinyal süresi arasındaki dengeye dikkat ederek en yüksek veri aktarım hızını elde etmektir. Her hedef karakter, alınan sinyalde başka bir alt uzayı aktive eder. Bu sebepten tüm hedef karakterlerden gelen tüm veri düşünüldüğünde tek bir alt uzay değil çok sayıda alt uzayların bir küme birleşimi söz konusudur. Bu da bizim bu makalede çözdüğümüz makine öğrenmesi problemi ile bire bir uyumludur. DHGUP EEG tabanlı BBA heceletici sistemlerin bir tanıtımı için yakınlardaki bir derin sinir ağı çalışması (Güney vd., 2022) incelenebilir.

Literatürde önerilmiş birçok DHGUP EEG BBA heceletici hedef karakter tahmin tekniği bulunmakla beraber, burada bizim önerdiğimiz metoda yakın ve ilgili olanları kısaca belirtelim. Kanonik korelasyon analizi kullanan bir çalışmada önerilen KKA yöntemi (Lin vd., 2006), alınan DHGUP EEG sinyalindeki baskın olan Fourier sinüzoid tabanını saptamayı hedefler. Herhangi bir karakter için ilgili frekansın kendisinden ve harmoniklerinden oluşmuş bir şablon sinyal grubu ile alınan sinyal arasındaki korelasyon EEG kanalları ve şablon sinyalleri birleştirmeleri üzerinden maksimize edilir. Bu işlem karakter matrisindeki her bir karakter için tekrarlandıktan sonra, en büyük korelasyonu veren karakter hedef karakter olarak tahmin edilir. KKA yönteminin bir uzantısı olan tt-KKA (Yuan vd., 2015) yönteminde, başka kişilerin DHGUP EEG BBA heceletici verilerinden üretilmiş ilave bir şablon sinyal grubu elde edilir ve mevcutta sinyalleri test edilen kişiye transfer edilir. Bu transfer bir öncül bilgi aktarımıdır ve performansı artırmak için kullanılır. Bir diğer KKA uzantısı olan genişletilmiş-KKA (Wang vd., 2014) yönteminde, performans artışı için mevcutta sinyalleri test edilen kişinin önceden var olan kendi verilerinden oluşan bir eğitim setinden şablon sinyaller üretilir ve eldeki test rutinine bu bilgi aktarılır. Dikkat edilirse orijinal KKA yöntemi ne başkasının geçmiş ne de kişinin kendi geçmiş verilerinden transfer kullanır. KORRPA (Zhang vd., 2018b) yöntemi de genişletilmiş-KKA'ya benzer şekilde kişinin kendi geçmiş verilerinden bir şablon oluşturur ancak farklı olarak kişinin test edilen her sinyali için ayrı bir EEG kanal kombinasyonu değil hep aynı ve ortak bir kombinasyon bulur ve kullanır. Bahsedilen bu teknikler, hedef karakter tahmin doğruluğunun yanı sıra veri aktarım hızı (Wolpaw vd., 2002) maksimizasyonunu esas alırlar. Bu teknikler, sonuç itibarıyla Fourier sinüzoidal alt uzaylarını gerek sentetik/referans verilerden gerekse kişinin kendi verilerinden yola çıkarak dolaylı veya doğrudan incelediklerinden, bizim burada sunduğumuz yöntemimiz ile ilgilidir. Öte yandan, bizim yöntemimiz sinir ağı ve makine öğrenmesi tabanlı olduğundan bu bahsedilen tekniklerden hem yöntemsel ve hem kurgusal olarak son derece farklıdır. Metodumuzun bu DHGUP EEG BAA heceletici hedef karakter tanıma problemi üzerindeki performansını herkesin kullanımına açık benchmark (Wang vd., 2016) veri seti üzerinde test ettik ve burada bahsedilen literatür teknikleriyle karşılaştırdık. Metodumuzun, bu literatür tekniklerine göre daha yüksek bir veri aktarım hızına (0,8 saniye sinyal uzunluğunda 156 bit/dk) ulaştığı gözlemlenmiştir.

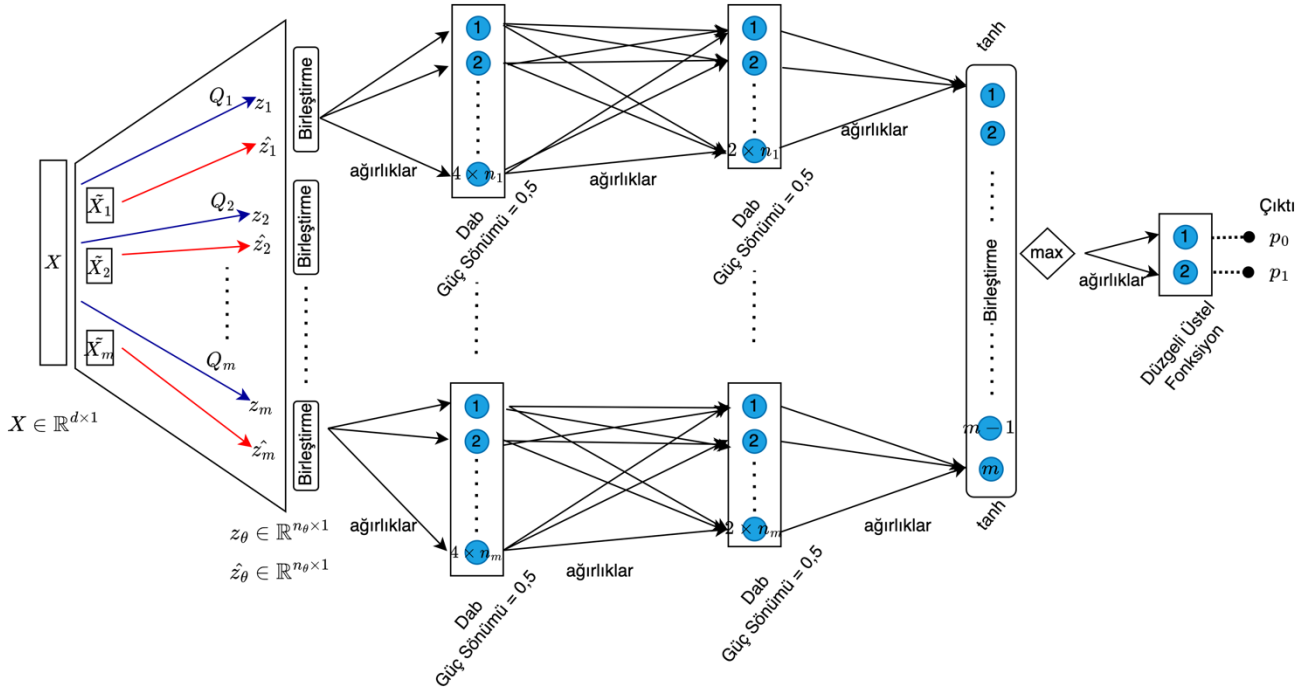
PROBLEM TANIMI

Bu çalışmada, normalde yüksek boyutlu olan 2 sınıflı bir verinin düşük boyutlu alt uzaylarının tespit edilerek sınıflandırılması üzerine yoğunlaşmıştır. Problemi ikili bileşik hipotez test yöntemiyle, H_0 ve H_1 iki hipotez olmak üzere (hipotezler rastgele değişken $\theta \in \{0, 1, 2, 3, \dots, u\}$ ile parametrize edilir), kurgulamaktayız:

$$H_0 : \theta = 0 \quad (\text{Sınıf 0: Hedef yok}), \quad (1)$$

$$H_1 : \theta = \{1, 2, 3, \dots, u\} \quad (\text{Sınıf 1: Hedef var}). \quad (2)$$

Bu iki sınıfa ait gözlemler çok değişkenli rastgele gözlem olan $X \in \mathcal{R}^{dx1}$ 'in $\{P_\theta(x)\}_{\theta=0}^u$ olasılık dağılımlarından gelir. H_0 ve H_1 için önsel olasılıklar $\pi_0 = P(\theta = 0)$ ve $\pi_1 = P(\theta > 0)$ olarak belirtilir. Dikkat edilirse $\theta = 0$ için yüksek boyutta normal olarak yaşayan veri hipotezi (sınıf 0: Hedef sinyal yok) elde edilirken; $\theta > 0$ için ise yine yüksek boyutta ama u adet özünde düşük boyutlu doğrusal alt uzayın küme birleşiminde yaşayan veri hipotezi (sınıf 1: Hedef sinyal var) elde edilir. Amacımız, alt uzayların düşük boyutlu veri özniteliklerini çıkarmak, yüksek boyutta öğrenme zorluklarının üstesinden gelmek ve böylelikle etkin bir sınıflandırmayı başarmaktır.



Şekil 1. Önerdiğimiz Alt Uzak İzdüşüm Modeli İleri Beslemeli Bir Sinir Ağıdır.

Bir alt uzay $S_\theta \subset \mathfrak{R}^{dx1}$ ($1 \leq \theta \leq u$ için $n_\theta < d$ boyutlu olmak üzere), ortonormal ($Q'_\theta Q_\theta = I$) taban seti $Q_\theta \in \mathfrak{R}^{dxn_\theta}$ tarafından temsil edilen düşük boyutlu bir kümedir ve $S_\theta = \{x_\theta = Q_\theta z_\theta : z_\theta \in \mathfrak{R}^{n_\theta \times 1}\}$ olarak formülize edilebilir. Buradaki trnak işareti matris devriğini (İng: transpose) gösterir, z_θ ise ilgili alt uzayın kompakt veri öznelik vektörüdür. Bir gözlem x 'in S_θ üzerine ortogonal izdüşümü $x_\theta = Q_\theta z_\theta$ ve ilgili kompakt öznelik $z_\theta = Q'_\theta x$ olarak gösterilmek üzere bu setin tümleyeni $\tilde{x}_\theta = \tilde{Q}_\theta \tilde{z}_\theta = x - x_\theta$ ve $\tilde{z}_\theta = \tilde{Q}'_\theta x$ 'dir. Görüleceği üzere $d \times d$ boyutlu matris $[Q_\theta | \tilde{Q}_\theta]$ genel gözlem uzayı \mathfrak{R}^{dx1} için bir ortonormal tam küme oluşturmaktadır. Bunlara ek olarak her alt uzay S_θ bir olasılık yoğunluğu p_θ 'ya ($0 \leq \theta \leq u$) denk düşmektedir. Vurgulanması gereken bir diğer nokta ise, bu formülasyonda alt uzayların birbirine ortogonal olma zorunluluğu yoktur. Bu sayede daha güçlü bir veri kaynağı modellenmesi elde edilir.

YÖNTEM

Tanımlanan problemin çözümü için bir alt uzay izdüşüm modeli üzerinden ikili sınıflandırma yapan bir ileri beslemeli sinir ağı öneriyoruz (Şekil 1). Modelimiz istatistiki özdeşçe dağılmış bağımsız gözlemlerden oluşan bir set veri $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$ ile eğitilir: x_i ve y_i sırasıyla, i 'nci veriyi ($x_i \in \mathfrak{R}^{dx1}$) ve o verinin etiketini ($y_i \in \{0,1\}$) temsil etmektedir; N ise gözlem sayısıdır. Eğitim sürecinde taban vektör setleri Q_θ 'ların kestirilmesiyle alt uzaylar ve ilgili kompakt öznelikler bulunur, sinir ağıımızın ileriki katman parametrelerinin kestirilmesiyle de etkin bir sınıflandırma her bir veri noktası için aktif olan alt uzaya göre yapılır.

Önerdiğimiz alt uzay izdüşüm modeli Şekil 1'de görüldüğü üzere 1 adet alt uzay izdüşüm katmanı (yamuk çerçeve içinde), 4 adet tam bağlantılı sinir ağı katmanı, 2 adet birleştirme katmanı ve 1 adet maksimum bulma katmanından oluşur. Veri içerisindeki gizli alt uzay sayısı u 'yu genellikle bilemeyeceğimizden, m adet alt uzay tabanı ile modelimizi ilklendirdik. Burada tercihen $u \leq m$ olmalıdır; m 'nin u 'dan çok büyük olması eğitim sürecinde fazla olan alt uzay tabanları elimine edildiğinden model için bir problem teşkil etmez ancak modelin eğitim sürecini yavaşlatır. Birinci alt uzay izdüşüm katmanında daha önce belirtildiği gibi, bir gözlem x 'in alt uzay S_θ 'nın üzerine olan izdüşümü $z_\theta = Q'_\theta x$ hesaplanır (şekilde mavi ok ile gösterilmiştir).

Bu modelde, $1 \leq \theta \leq m$ aralığında $Q_\theta \in \mathfrak{R}^{dxn_\theta}$ ve $z_\theta \in \mathfrak{R}^{n_\theta \times 1}$ olmak üzere alt uzay boyutu n_θ kullanıcı tarafından ilklendirilmiş olup çevreleyen genel gözlem uzayı boyutu d 'den küçüktür. Tamamlayıcı bölümde (şekilde kırmızı ok ile gösterilmiştir) ise, $\tilde{x}_\theta = \tilde{Q}_\theta \tilde{z}_\theta = x - x_\theta$ ve $x_\theta = Q_\theta z_\theta$ olduğundan dolayı \tilde{x}_θ şu şekilde bulunur:

$$\tilde{x}_\theta = x - Q_\theta z_\theta = x - Q_\theta Q_\theta' x. \quad (3)$$

Bir yitim fonksiyonunun yardımıyla önerdiğimiz sinir ağı eğitilir ve bu süreçte \tilde{x}_θ kullanılarak z_θ kestirilir ve sonucu $\hat{z}_\theta \in \mathcal{R}^{n_\theta \times 1}$ olarak gösterilir. Bu katmanın sonunda z_θ ve \hat{z}_θ birleştirilerek $[z_\theta; \hat{z}_\theta] \in \mathcal{R}^{2n_\theta \times 1}$ elde edilir. Burada \tilde{x}_θ kullanılarak z_θ 'nin tahmin edilmesinin ve bu tahminin devamındaki katmanlarda kullanılmasının sebebi, \hat{z}_θ 'nin verinin hangi sınıfa ait olacağına dair ayırt edici özellikler içerebilmesidir. Eğer veri bir alt uzayda yaşıyorsa (sınıf 1'e aitse) \tilde{x}_θ tamamlayıcı kısım z_θ hakkında bilgi içermezken; veri sınıf 0'a ait ise \tilde{x}_θ bu durumda z_θ hakkında bilgi içerir ve \tilde{x}_θ kullanılarak z_θ tahmin edilebilir.

Modelin ikinci katmanında birinci katmandan gelen çıktılar ayrı ayrı olacak şekilde ağırlıkları rastgele ilklendirilmiş 3 katmanlı tam bağlantılı sinir ağlarına beslenir. İkinci ve üçüncü katmanlardan sonra doğrultmaçlı aktivasyon birimi (Dab) (İng: ReLu) uygulanır. Hemen sonrasında, aşırı öğrenmeyi önlemek için 0,5 olasılıklı seyreltme (İng: dropout) vardır. Dördüncü katmanın sonunda ise her alt uzaya karşılık tek düğüme (İng: node) ulaşılmış olup burada tanh aktivasyonu uygulanır ve arkasından düğümler birleştirilir. Devamında ise, aktif alt uzayı tespit etmek ve sınıflandırmayı sadece bu aktif alt uzaya dayandırmak için bir maksimize katmanı kullanılır. En son kullanılan katman ise MATLAB gerçekleştirilmesinin 2 farklı sınıf için 2 farklı düğüm istemesinden kaynaklanmaktadır. Son katmanın sonrasında, olasılıksal yorumlanabilir bir çıktı alabilmek için eşiksiz en büyük fonksiyon (İng: softmax) kullanılır. Burada sınıf 0'a ait olan düğümün çıktısını p_0 , sınıf 1'e ait olan düğümün çıktısını ise p_1 olarak isimlendirmekteyiz ($p_0 + p_1 = 1$ olmak üzere). Bir gözlem için hangi düğüme ait çıktı daha büyük ise o sınıflandırma kararıdır. Örneğin, $p_1 > p_0$ ise veri örneği sınıf 1'a ait demektir. Vurgulamak isteriz ki, önerdiğimiz bu sinir ağının eğitilmesiyle, (i) ilgili tüm alt uzaylar ilk katmandaki Q_θ 'ların kestirimleri üzerinden belirlenir, (ii) bir veri örneği hangi alt uzaydan geliyorsa sadece o alt uzayın çıktıları maksimizasyon katmanını geçip aktifleşeceğinden dolayı böylelikle aktif alt uzay tespit edilir ve (iii) sınıflandırma sadece aktif alt uzaya göre yapıldığından ilgili kompakt öznitelikler z_θ elde edilir.

Ağ Eniyilemesinde Kullanılan Yitim

Şekil 1'deki alt uzay izdüşüm sinir ağı modelimizi eğitmek için aşağıda belirtilen 2 parçalı bir yitim fonksiyonu kullandık:

$$Yitim = \mathcal{CE}([p_0, p_1]) + \lambda(1 - \gamma) \sum_{\theta=0}^m ||\hat{z}_\theta - z_\theta||^2. \quad (4)$$

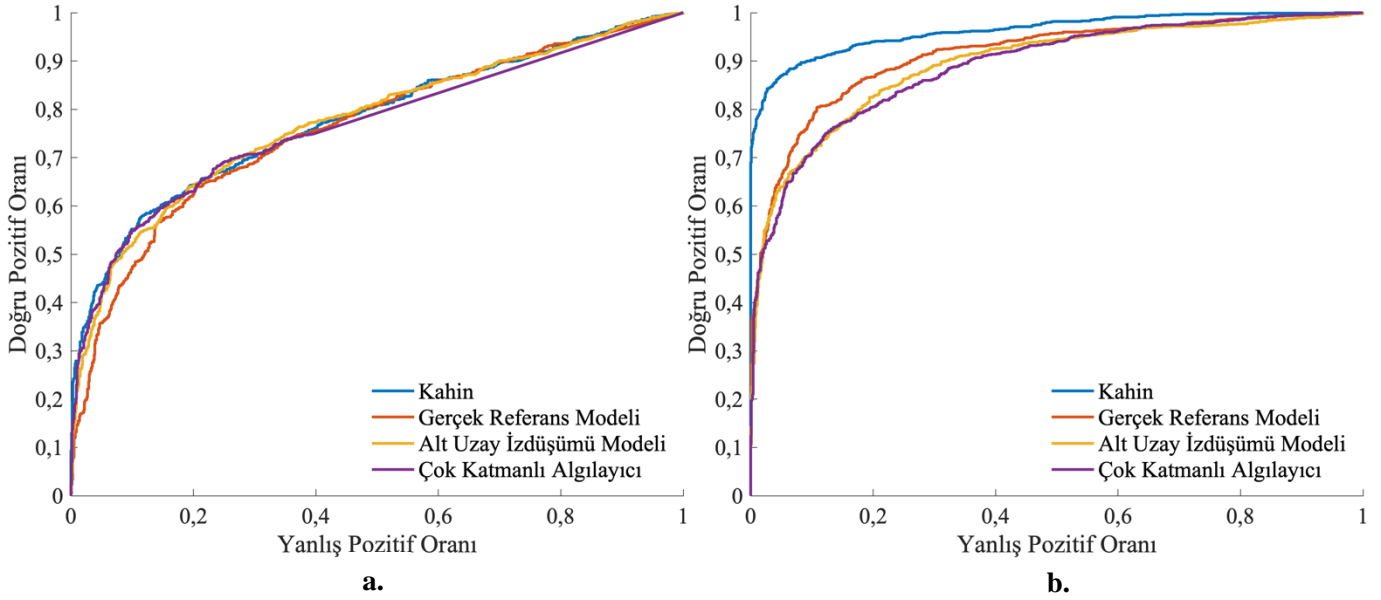
Bu yitim fonksiyonunun ilk terimi çapraz entropi olup yüksek olasılığa sahip ama yanlış olan tahminleri cezalandırır. İkinci terim ise ortalama karesel hata yöntemiyle verinin etiketi yalnızca 0 olduğu durumda yitim üretir; bunun nedeni ise \hat{z}_θ 'nin z_θ hakkında sadece etiket 0 olduğunda bilgi içermesidir. Buradaki λ parametresi, bu iki terim arasındaki dengeyi ayarlayan bir eniyileme ağırlığı olarak model eğitimi sırasında aktive olan ve kullanılan alt uzay sayısını belirlemede yardımcıdır.

PERFORMANS DEĞERLENDİRMELERİ

Deneysel performans ölçümlerimizde, öncelikle, metodumuzun alt uzay öğrenme yeteneğini ve bunun sonuçlar üzerine etkisini gözlemleyebilmek için kendi ürettiğimiz bir yapay veri seti kullanılmıştır. Sonrasında, asıl amacımız olan DHGUP EEG BBA heceletici sistemleri üzerinde test etmek için literatürde yaygın olarak kullanılan benchmark veri setine (Wang vd., 2016) geçilmiştir.

Yapay Veri Seti Üzerinde Bulgular

Bu kısımda, iki farklı boyuta sahip iki adet veri seti iki sınıflı (0 ve 1) toplamda 6000 adet veri örneği ($N = 6000$) içerecek şekilde oluşturulmuştur. Problem tanımını bölümünde açıklanan kaynak istatistiklerine göre, sınıf 1'e ait veriler her biri 1000 örnek olmak üzere 3 farklı düşük boyutlu alt uzayda bulunur. Detayları aşağıda açıklanan ve Tablo 1'de özetlenen 2 boyutlu ($d = 2$) veri seti sonuçları görselleştirme amacıyla oluşturulmuşken, 30 boyutlu ($d = 30$) veri seti ise modelin yüksek boyuttaki etkilerini görmek amacıyla kullanılmıştır. Her iki veri seti (VS) de MATLAB ortamında oluşturulmuştur ve simülasyonlarımızda kullandığımız prosedür ve parametre ayarlamaları şöyledir: Veri boyutu (VS I: $d = 2$ ve VS II: $d = 30$), adedi (VS I ve II: 6000) ve alt uzay sayısı (VS I ve II: 3)

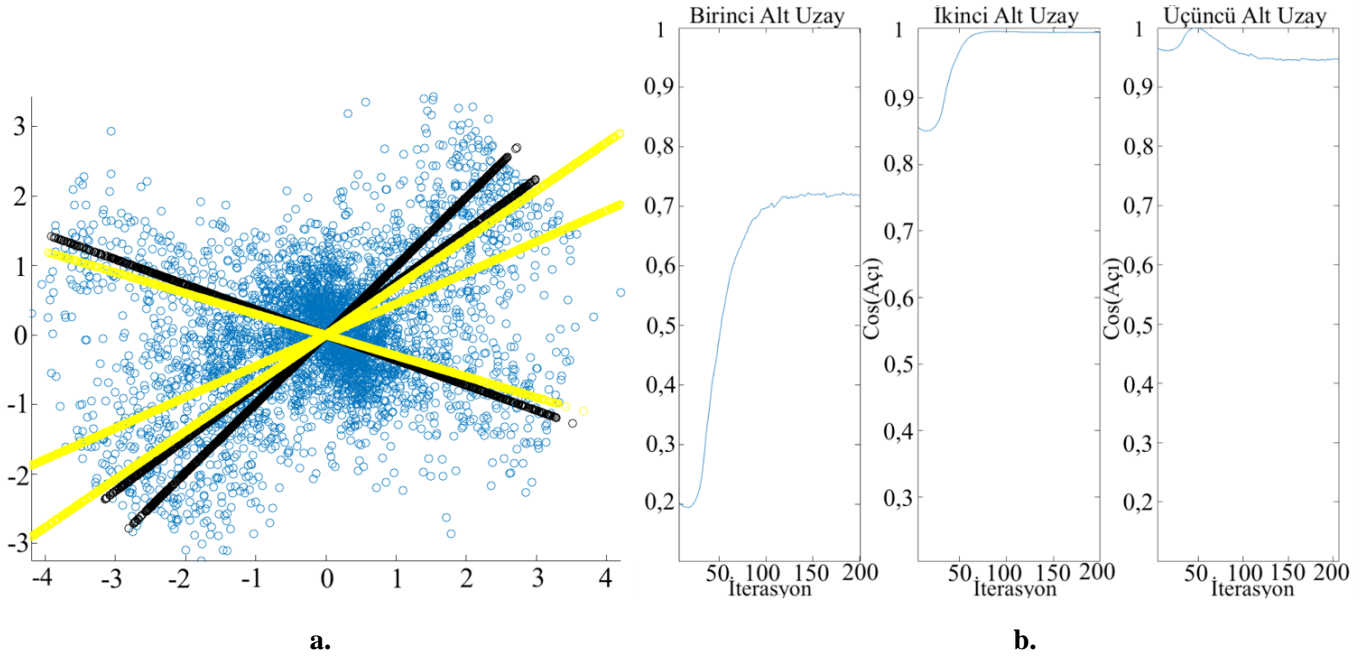


Şekil 2. İki $d = 2$ Boyutlu (a.) ve Otuz $d = 30$ Boyutlu (b.) Veri Setlerine Ait AİK Eğrileri Gösterilmektedir.

belirlendikten sonra alt uzay boyutları, bir başka deyişle alt uzay taban vektör sayıları, (VS I, her bir alt uzay için sırasıyla $n = 1, 1, 1$ ve VS II: $n = 3, 3, 3$) seçilmiştir. Taban vektörleri 0 ortalamalı ve 1 varyanslı Gauss dağılımından rasgele örneklendikten sonra, Gram-Schmidt yöntemiyle ortonormal hale getirilmiştir. Her iki veri setinde de, sınıf 0 önseli için 0.9 olasılığı ve sınıf 1 önseli için ise 0.1 olasılığı tercih edilmiştir. Önseller görselleştirme içindir. Eğitim aşamasında iki sınıf için eşit sayıda veri kullanılmış olup test aşamasında ise alıcı işlem karakteristiği üzerinden tüm önseller taranmıştır (Şekil 2). Veri çeşitliliğini sağlayabilmek için sınıf 0 verisi için 3 bileşenli bir Gauss karışım modeli takip edilmiştir. Her bir bileşen merkezinin, her bir boyutunda $[-1, 1]$ arasında birörnek alındıktan sonra, uzunluğu 1'e normalize edilmiştir. Her bir bileşenin kovaryansı ise birim matrisi parametre alan ve serbestlik derecesi veri boyutuna eşit olan Wishart dağılımından üretilmiştir. Karışım önselleri eşittir ($q_k = 1/3$). Böyle 3000 adet sınıf 0 (alt uzay bulunmayan) verisi üretilmiştir. Kalan 3000 adet sınıf 1 verisi (alt uzay bulunan) ise 1000'er adet her bir alt uzaya dağıtılmıştır. Özetle, önce yine sınıf 0 verisi gibi üretilir, sonrasında herhangi bir veri noktasının ilgili alt uzaya yansıyan bileşeni silinip onun yerine o bileşenin minimum ve maksimum değerleri arasında birörnek dağılımlı yeni veri üretilip o bileşen üzerine yazılır. Bu tüm veri noktaları için tamamlanınca sınıf 1 verisi ortaya çıkar. Bu tarif ettiğimiz prosedür her iki veri seti için (VS I: $d = 2$ ve VS II: $d = 30$) de aynı şekilde takip edilmiştir. Örneğin, Şekil 3 a'da, mavi noktalar iki boyutlu veriyi, siyah çizgiler bir boyutlu üç tane gerçek alt uzayı ve sarı çizgiler ise modelimizin bulunduğu alt uzayları gösterir. İki veri setinin de üçte birlik kısmı test için kalanı eğitim için kullanıldı. Her iki veri seti için de, algoritma eğitimi adam (adaptif moment tahmini) optimizasyonu (Zhang, 2018) ile sağlandı. Öğrenim hızı 10^{-3} olarak başlatılmış ve durgunlaştıkça 0,10 oranında azaltılmıştır. Her bir iterasyonda 128 veri kullanıldı.

Tablo 1. Veri Setlerinin Detayları

Parametreler	Veri Seti 1	Veri Seti 2
Boyutu (d)	2	30
Alt uzay boyutu (n)	1, 1, 1	3, 3, 3
Alt uzay veri sayısı	1000	1000
Tüm veri sayısı	6000	6000
Önseller π_0 / π_1	0,9/0,1	0,9/0,1



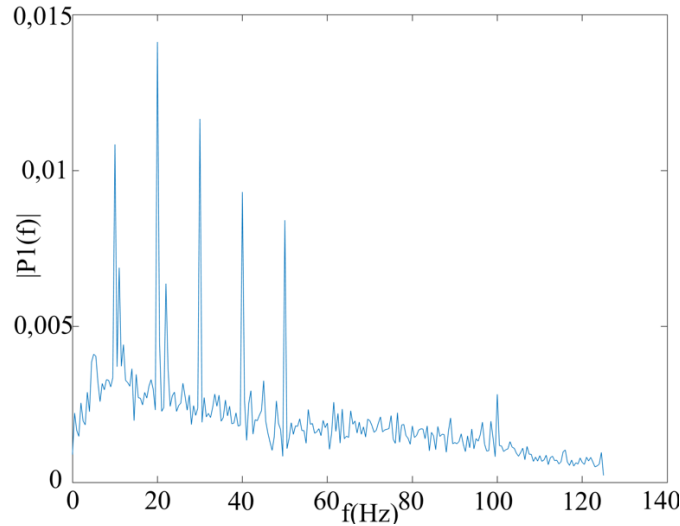
Şekil 3. a. Mavi Noktalar İki Boyutlu Veriyi, Siyah Çizgiler Bir Boyutlu Üç Tane Gerçek Alt Uzayı ve Sarı Çizgiler ise Modelimizin Bulduğu Alt Uzayları Gösterir. **b.** Gerçek ve Bizim Bulduğumuz Alt Uzaylar Arasındaki Açıların Kosinüsüdür.

Performans metrikleri olarak literatürde sıkça kullanılan alıcı işlem karakteristiği (AİK) eğrileri (Şekil 2) ve bu eğriler altında kalan alan (EAA) değerleri tercih edilmiştir. Burada kahin olarak belirtilen sonuçlar ikili hipotez testimiz konseptinde (gerçekte bilinmesi mümkün olmayan ama bu yapay veri setini biz ürettiğimiz için bilebildiğimiz) olasılık dağılımları $\{P_\theta(x)\}_{\theta=0}^u$ kullanılarak elde edilmiş bu veri setleri için olabilecek en yüksek doğruluk sonuçlarıdır. Gerçek referans modeli ise yapay veri setinde gerçek referans alt uzay tabanları bilindiğinden, modelde Q_θ ve \tilde{Q}_θ 'ya doğrudan bu tabanların yerleştirilmesi ile bulunan doğruluk sonuçlarıdır. Çok katmanlı algılayıcı ise alt uzay tabanı öğrenme becerisi olmayan bir 3 katmanlı ileri beslemeli sinir ağıdır. Şekil 2'deki AİK eğrilerimize göre, alt uzay izdüşüm modelimiz gerçek referans modelimiz kadar iyi sonuç vermese de ona yaklaşmıştır. İki veri seti için de metodumuz başarılı bir şekilde gerçek alt uzay sayısına yakınsamıştır. Alt uzay izdüşüm modelimiz ile çok katmanlı algılayıcı arasında önemli bir fark gözlemlenmese de Tablo 2'de verilen EAA skorlarına göre her iki veri seti için de önerdiğimiz alt uzay izdüşüm modeli daha iyi bir performans üretmiştir. Referans modelimiz ise çok katmanlı algılayıcıya göre net olarak üstündür. Kahin ile aradaki farklara bakıldığında, boyut yükseldikçe problemin zorlaştığı ancak gerçek referans modelimizin etkinliğinin de çok katmanlı algılayıcıya göre arttığı gözlemlenmiştir.

Tablo 2. Veri Setleri İçin EAA Skorları

Modeller	EAA Skoru	EAA Skoru
	($d = 2$)	($d = 30$)
Kahin	0,7771	0,9627
Referans Modeli	0,7744	0,9128
Alt Uzay İzdüşüm	0,7738	0,8954
Çok Katmanlı Algılayıcı	0,7660	0,8876

Önemle vurgulamak isteriz ki, önerdiğimiz alt uzay izdüşüm modeli, verideki düşük boyutlu alt uzayları ve öz niteliklerini tespit etme kabiliyetine sahiptir. Çok katmanlı algılayıcının ise böyle bir kabiliyeti olmadığından bizim modelimiz daha üstündür. Bunun doğrulanması için ürettiğimiz Şekil 3'te (sol) $d = 2$ veri seti için gerçek alt uzaylar (siyah çizgiler) ve bizim modelimizin tespit ettiği alt uzaylar (sarı çizgi) gösterilmiş olup birbirlerine yakındırlar. Şekil 3'ün sağ tarafında ise, eğitim süresince gerçek alt uzay tabanları ve modelimizin alt uzay



Şekil 4. Eğitim Sonrası Bulunan Alt Uzaylara Ait Harmoniklerin Fourier Genliklerinin Ortalamasını Gösterir.

tabanları arasındaki açının kosinüsü artmıştır, yani bulduğumuz alt uzaylar ile gerçek alt uzaylar arasındaki açı hedeflendiği üzere başarılı bir şekilde azaltılabilmektedir. Özellikle iki alt uzay tam olarak tutturulmuş, kalan bir tanesine ise tam tutturulmasa da yaklaşılmıştır. Bunun sebebi, iki gerçek alt uzayın birbirine çok yakın olmasıyla bunlardan bir tanesini tam tutturan hazırda diğerini de yeteri kadar temsil edebilir. Dolayısıyla, o diğerini tutturması gereken alt uzayımıza gereklilik zayıfladığından onun eğitim süreci zora girmiştir. Bu bir limitasyon olarak düşünülebilir. Bütün alt uzayların tam olarak tutturulabilmesi için gerçek alt uzaylar arasında belirli bir açısal ayrılmanın en az olması gerektiğini öngörüyoruz. Bu durum bir gelecek çalışması olarak değerlendirilebilir.

DHGUP EEG BBA Heceletici Benchmark Veri Seti Üzerinde Bulgular

Benchmark veri seti (Wang vd., 2016), bir katılımcının, 5x8'lik her birinin ayrı frekanslarla titreştiği 40 karakterden oluşan bir matriste seçilen bir karaktere bilgisayar ekranında odaklandığı sırada 64 EEG elektrotundan (kanalından) veri toplanmasıyla kaydedilmiş olup, literatürde kullanılan en popüler veri setlerinden biridir. Toplam 35 katılımcı olup, 40 sınıfın (26 karakter, 10 rakam, 4 sembol) titreşim frekansları 8 Hz'den 15,8 Hz'e kadar 0,2 Hz aralıklarla değişmektedir. Her katılımcı için 6 blok veri kaydedilmiştir. Çalışmamızda katılımcılara ait ilk 5 blok eğitim, son blok ise test amaçlı kullanılmıştır.

İkili sınıflandırma yapan metodumuzu 40 sınıf içeren bu veri setinde çok sınıf sınıflandırma amacıyla kullanabilmek için hata düzeltme çıktı kodları (Dietterich ve Bakiri, 1994) yapısını kullandık. Hata düzeltme çıktı kodları (HDÇK) yönteminde öncelikle bir kod matrisi belirlenir; bu kod matrisindeki satırlar sınıfların kod kelimelerini ve sütunlar da kullanılan ikili sınıflandırıcıların hangi sınıfları birbirinden ayıracağını belirtir. Bu kod matrisindeki elemanlar +1,-1 veyahut 0'dır. Bir sütunda +1 koduna sahip olan sınıflar bir sınıf (sınıf 1), -1 koduna sahip olan sınıflar da ayrı bir sınıf (sınıf 0) olarak gruplanır; sonrasında ikili sınıflandırıcı bu grupları birbirinden ayırmayı öğrenebilmesi için eğitilir. Seçilen sütunda 0 koduna sahip sınıflar ise o sütuna karşılık olarak eğitilen sınıflandırıcının eğitimine katılmaz. Kod matrisi olarak, ikili sınıflandırıcıları sınıfları tek tek birbirinden ayırmak için eğiten, bire-karşı-bir (İng: one-vs-one) matris yapısı (sınıf sayısı x ikili sınıflandırıcı sayısı) kullanılmıştır. Dolayısıyla, matrisin her bir sütununda sadece birer adet +1 ve -1 koduna sahip sınıf bulunurken, geriye kalan sınıflar 0 koduna sahiptir. Örneğin, birinci ikili sınıflandırıcı "A" karakterini "B" karakterinden ayırmaya çalışırken, ikinci sınıflandırıcı "A" karakterini "C" karakterinden ayırma çalışır; böylece toplamda $\binom{40}{2} = 780$ adet sınıflandırıcı eğittik. Vurgulamak isteriz ki, bu sınıflandırıcıların tamamı burada önerdiğimiz yöntemimizin aynısıdır; fakat farklı karakter ikililerinden gelen verilerle eğitildiklerinden çıktıları farklılaşmıştır.

Ayrıca, bu sınıflandırıcıların her biri önceki bir çalışmada (Güney vd., 2022) etkinliği gösterilen iki adımlı eğitim stratejisi kullanılarak eğitilmiştir. Öncelikle her bir sınıflandırıcı bütün katılımcılardan gelen eğitim verileriyle eğitilir, sonrasında, her bir kullanıcının kendisine ait verisi ile beraber sınıflandırıcının o katılımcıya göre ince ayarı yapılır. Böylece, her bir kullanıcıya özel 780 adet sınıflandırıcı elde edilmiştir. İki adımlı eğitim stratejisi kullanılarak kişiye özel model geliştirilmesinin etkin olmasının sebebi EEG verisinin kişiden kişiye istatistiksel

değişkenlik göstermesidir (Guney vd., 2022; Krauledat vd., 2008; Zerafa vd., 2018). Ayrıca her bir kişinin kendisine ait veri miktarı oldukça kısıtlı olduğundan dolayı modelin etkili bir biçimde doğrudan kişiye özel eğitimi oldukça zorludur fakat iki adımlı eğitim stratejisi ile bu zorluk büyük bir ölçüde aşılmaktadır. Test aşamasında verinin hangi sınıfa ait olduğu ise şu şekilde bulunmuştur: İlk olarak her bir sınıflandırıcı o veri için tahminini yapar ve her bir sınıflandırıcının olasılıksal çıktıları oluşur. Her bir sınıf için o sınıfın kod kelimesine göre bu olasılıksal çıktılar toplanır (sınıfların '0' koduna sahip olduğu sütuna karşılık gelen ikili sınıflandırıcı çıktıları bu toplama katılmaz). Bunun sonucunda, test verisi için hangi sınıf daha yüksek toplam olasılığna sahip ise o sınıf nihai hedef karakter olarak tahmin edilir.

Benchmark veri setinin karakteristiğine uygun şekilde, modelimizdeki alt uzay tabanları Q_θ 'lar, sınıf 1'e ait karakterin titreşim frekansı f_k ile oluşturulan ve DHGUP EEG sinyallerinin yaşadığı alt uzayları temsil eden ve aynı zamanda kanonik korelasyon analizi (KKA) yönteminde (Lin vd., 2006) de kullanılan yapay referans sinyal vektörü ile ilklendirilmiştir. Yapay referans sinyal vektörünün yapısı şu şekildedir:

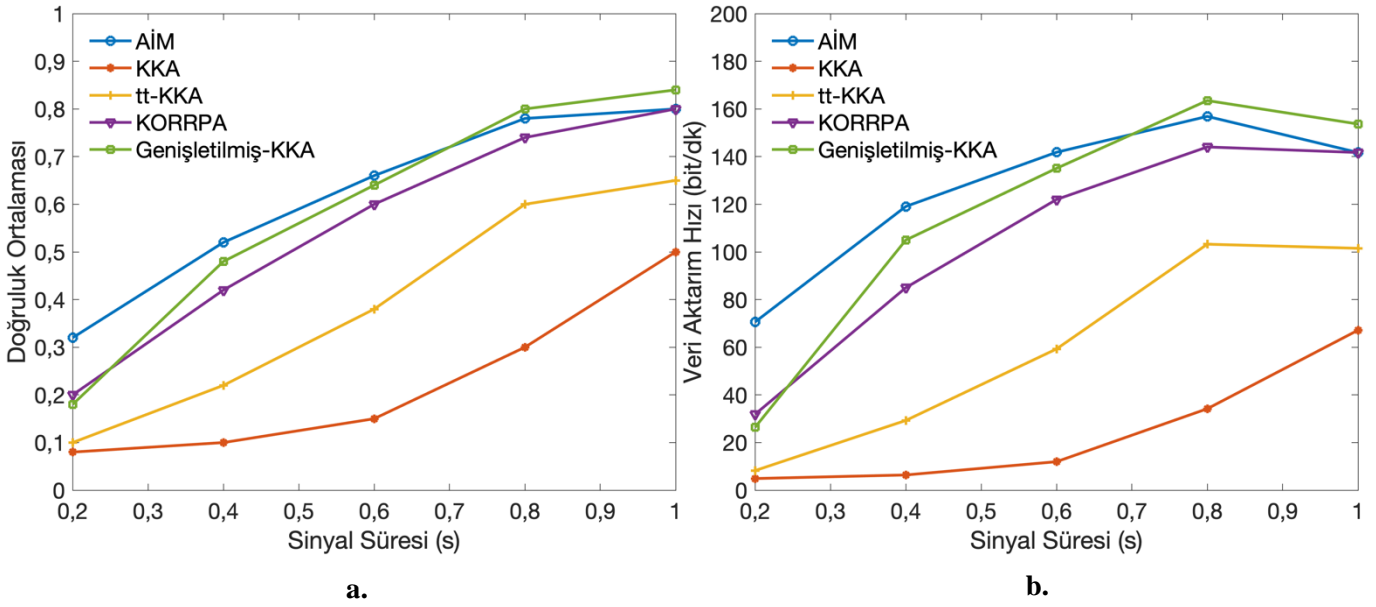
$$Y = \begin{bmatrix} \sin(2\pi f_k n) \\ \cos(2\pi f_k n) \\ \vdots \\ \sin(2\pi H f_k n) \\ \cos(2\pi H f_k n) \end{bmatrix}^T, \quad n = \frac{1}{f_s}, \frac{2}{f_s}, \dots, T. \quad (5)$$

Yukarıda T sinyalin uzunluğunu, H toplam kullanılan harmonik sayısını, f_s ise örnekleme frekansını belirtmektedir. Bu çalışmada 5 adet harmonik ($H = 5$) kullanılmıştır. Benchmark veri setinde örnekleme frekansı ise 250 Hz'dir (Wang vd., 2016).

DHGUP EEG sinyallerini sınıflandırmakta beynin oksipital bölgesinden ölçüm yapan kanalları bir arada kullanmanın etkinliği bilinmektedir (Srinivasan, Bibi ve Nunez, 2006). Bu sebeple bu çalışmada da literatürde sıkça kullanılan oksipital bölgeden toplam 9 adet Pz, PO3, PO5, PO4, PO6, POz, O1, Oz ve O2 kanalları kullanılmıştır. Bu çok kanallı veriyi modelimizde kullanabilmek için kanallardan gelen veriler bir kanal kombinasyonu ile birleştirilmiştir. Bu kanal kombinasyonu kişiye has bir şekilde bulunmuş olup, hesaplanması için Lao vd.'nin (2018) çalışmasında geliştirilen KKA tabanlı bir yöntemle başvurulmuştur. Bu yöntemde bir kişinin her bir verisi sınıflandırılır ve hedef karakter tahmini için hesaplanmış bulunan kanal kombinasyonu elde edilir. Biz de bu yolla, her bir kişinin eğitim verisi adedince kanal kombinasyonu hesapladık ve bunları bir kosinüs benzerliği üzerinden kişiye özel tek bir kombinasyona indirdik. Çalışmamızda bu kişiye özel kanal kombinasyonu hem eğitim aşamasında hem de test aşamasında çok kanallı veriyi birleştirmek için kullanılmıştır.

Metodumuzun buradaki DHGUP EEG BBA heceletici sistem hedef karakter tahmin uygulamasındaki davranışını gözlemlemek amacıyla, eğitim sonrasında, C ($f_s = 10 \text{ Hz}$) ve D ($f_s = 11 \text{ Hz}$) sınıflarının karşılaştırıldığı sınıflandırıcı bir örnek olarak ele alınmıştır. Sınıf 1 olan C'nin öğrenilmiş alt uzaylarına ait taban vektörlerinin Fourier analizleri yapılmış ve tek taraflı genlik spektrumunda bu sınıfa ait frekansın ($f_s = 10 \text{ Hz}$) kendisi ve harmonikleri Şekil 4'te sunulmuştur. Görüleceği üzere 10 Hz ve harmonikleri baskındır ve dolayısıyla metodumuz ilgili Fourier alt uzaylarını amaçlandığı üzere başarılı bir şekilde kullanabilmiştir.

Son olarak, alt uzay izdüşüm modelimizi (AİM), literatürde sıkça kullanılan KKA (Lin vd., 2006), tt-KKA (Yuan vd., 2015), genişletilmiş-KKA (Wang vd., 2014) ve KORRPA (Zhang vd., 2018b) metotları ile doğruluk ve veri aktarım hızı açılarından kıyasladık. Karşılaştırılan bu metotlardan kanonik korelasyon analizi tabanlı olan KKA, verilen bir çok kanallı EEG sinyali ile test edilen hedef frekansının harmonikleri arasındaki korelasyonu en iyi kanal ve harmonik kombinasyonlarını bulmak suretiyle enbüyütür. Bu tüm hedef frekansları için tekrarlandıktan sonra elde edilen en yüksek korelasyonu veren frekans karar frekansı olarak belirlenir ve buna tekabül eden karakter sınıflandırma sonucudur. Karşılaştırılan genişletilmiş-KKA metotunda ise kişinin kendi verilerinden elde edilen şablon sinyaller KKA metotuna eklenir, bu sayede kişiye özel adaptasyon sağlanır ve sonuçta performans geliştirilir. Öte yandan, tt-KKA metotunda ise yine KKA metotunun performansının geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bunun için mevcutta sinyalleri test edilen kişinin kendi sinyalleri değil başka kişilerin sinyallerinden elde edilmiş şablon sinyaller KKA metotuna transfer edilir. Dikkat edilirse burada hedef, mevcutta sinyalleri test edilen kişiden



Şekil 5. a. Metotların Doğruluk Ortalamaları. b. Metotların Veri Aktarım Hız Ortalamaları.

yeni sinyaller toplama yükünü ortadan kaldırmak ve kullanıcının konforunu artırmaktır. Son olarak, KKA metodundaki her bir test sinyali için ayrı ayrı bulunan en iyi kanal kombinasyonları, karşılaştırılan bir diğer metod olan KORRPA tekniğinde ise tüm test sinyalleri için tek bir en iyi kanal kombinasyonu olarak ortaklanır. Böylelikle sınıflandırma algoritması kuvvetlenir, sinyal sayısı arttıkça ortak kanal kombinasyonu daha iyi bulunur ve karakter tanıma performansı yükselir. Veri aktarım hızı (VAH); doğruluk oranı (P), sinyal süresi (T) ve toplam hedef karakter sayısının (M) bir fonksiyonu olup şu şekilde tanımlanmaktadır (Wolpaw vd., 2002):

$$VAH(P, T, M) = \left(\log_2 M + P \log_2 P + (1 - P) \log_2 \left[\frac{1-P}{M-1} \right] \right) \frac{60}{T}. \quad (6)$$

DHGUP EEG BBA heceletici sistemlerde ana hedef kullanıcıya hızlı ve doğru bir heceletici sağlamak olduğundan, bu hedefi ölçen veri aktarım hızı maksimize edilmelidir. Bundan dolayı en iyi sonuca $T = 0,8$ saniyede 156 bit/dk'lık bir veri aktarım hızı (Şekil 5) ile ulaştığımızı söyleyebiliriz. Şekil 5'teki sonuçlarımıza göre, önerdiğimiz alt uzay izdüşüm modeli (AIM) $T < 0,8$ saniyeleri için diğer metotlardan daha iyi bir performans sergilemiş; $T \geq 0,8$ saniye için ise sadece genişletilmiş-KKA metodu görece daha iyi bir performans vermiştir. Öte yandan, uzun süreli DHGUP EEG sinyallerinin titreşimlerden dolayı kişiyi rahatsız ettiği ve epilepsi hastalarında nöbetlere sebep olabildiği bilinmektedir. Dolayısıyla makul sinyal uzunluklarında, bizim metodumuzun karşılaştırılan diğer metotlardan daha etkili ve yüksek performanslıdır. Örneğin, $T = 0,4$ saniyede, bizim metodumuz AIM yaklaşık olarak 120 bit/dk'lık bir veri aktarım hızı sağlarken; yaklaşık olarak, KKA 5 bit/dk, genişletilmiş-KKA 105 bit/dk, tt-KKA 30 bit/dk ve KORRPA 85 bit/dk ancak sağlayabilmiştir.

SONUÇ

Günümüz mühendislik uygulamaları verileri tipik olarak yüksek boyutlu verilerdir ancak çoğunlukla da düşük boyutlu alt uzaylarda yaşarlar. Bu çalışmada önerdiğimiz yöntem 2 sınıftan oluşan yüksek boyutlu veriyi bir yitim fonksiyonu yardımıyla düşük boyutlu birden fazla alt uzaya eşleyerek sınıflandırma yapan yenilikçi bir sinir ağıdır. Öncelikle, yöntemimizin yapısına uygun olarak ürettiğimiz bir yapay veri seti ile deneyler yapılmış ve alt uzayları öğrenme etkinliği raporlanmıştır. Sonrasında, yöntemimiz DHGUP EEG BBA heceletici sistemlerindeki hedef karakter tahmini için uygulanmıştır. Literatürde sık kullanılan veri setlerinden biri olan benchmark veri seti üzerinde elde edilen sonuçlar raporlanmış ve yöntemsel olarak yakın literatür teknikleri ile karşılaştırmalar sunulmuştur. Yöntemimiz en iyi sonuca 0,8 saniye sinyal uzunluğunda 156 bit/dk'lık bir veri aktarım hızı ile ulaşmış olup makul zaman aralıklarında karşılaştırılan tekniklerden daha iyi bir performans sergilemiştir. Önerdiğimiz yöntem alt uzay öğrenme kabiliyeti ile DHGUP EEG BBA literatürüne yaklaşımsal önemli katkılar sunmuştur.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 118E268 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

- Abdi, H. & Williams, L.J. (2010). Principal component analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2(4), 433-459. <https://doi.org/10.1002/wics.101>
- Dietterich, T. G. & Bakiri, G. (1994). Solving multiclass learning problems via error-correcting output codes. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2(1), 263-286. <https://dl.acm.org/doi/10.5555/1622826.1622834>
- Ghodsı, A. (2006). Dimensionality reduction a short tutorial. Department of Statistics and Actuarial Science at Univ. of Waterloo, Ontario, Canada, 37(38). https://www.math.uwaterloo.ca/~aghodsib/courses/f06stat890/readings/tutorial_stat890.pdf
- Guney, O. B., Oblokulov, M. & Ozkan, H. (2022). A deep neural network for ssvep-based brain-computer interfaces. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 69(2), 932-944. <https://doi.org/10.1109/TBME.2021.3110440>
- Kim, C. & Klabjan, D. (2019). A simple and fast algorithm for L1-norm kernel PCA. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 42(8), pp.1842-1855. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2019.2903505>
- Kingma, D.P. & Welling, M. (2019). An introduction to variational autoencoders. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 12(4), 307-392. <http://dx.doi.org/10.1561/22000000056>
- Kolda, T. G. & Bader, B. W. (2009). Tensor decompositions and applications. *SIAM review*, 51(3), 455-500. <https://doi.org/10.1137/07070111X>
- Krauledat, M., Tangermann, M., Blankertz, B. & Müller, K. R. (2008). Towards zero training for brain-computer interfacing. *PLoS one*, 3(8), e2967. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0002967>
- Lao, K. F., Wong, C. M., Wang, Z. & Wan, F. (2018, Ekim). Learning prototype spatial filters for subject-independent SSVEP-based brain-computer interface. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), Japonya*, 485-490.
- Lebedev, M. A. & Nicolelis, M. A. (2006). Brain-machine interfaces: past, present and future. *Trends in Neurosciences*, 29(9), 536-546. <https://doi.org/10.1016/j.tins.2006.07.004>
- Lin, Z., Zhang, C., Wu, W. & Gao, X. (2006). Frequency recognition based on canonical correlation analysis for SSVEP-based BCIs. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53(12), 2610-2614. <https://doi.org/10.1109/TBME.2006.886577>
- Liu, F., Zhang, W. & Gu, S. (2016). Local linear Laplacian eigenmaps: A direct extension of LLE. *Pattern Recognition Letters*, 75, 30-35. <https://doi.org/10.1016/j.patrec.2016.03.003>
- Lu, H., Plataniotis, K. N. & Venetsanopoulos, A. (2013). *Multilinear subspace learning: dimensionality reduction of multidimensional data*. CRC press, Florida ABD, 296.
- Rezeika, A., Benda, M., Stawicki, P., Gembler, F., Saboor, A. & Volosyak, I. (2018). Brain-computer interface spellers: A review. *Brain Sciences*, 8(4), 57. <https://doi.org/10.3390/brainsci8040057>
- Saeed, N., Nam, H., Haq, M.I.U. & Muhammad Saqib, D.B. (2018). A survey on multidimensional scaling. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 51(3), 1-25. <https://doi.org/10.1145/3178155>
- Srinivasan, R., Bibi, F. A. & Nunez, P. L. (2006). Steady-state visual evoked potentials: distributed local sources and wave-like dynamics are sensitive to flicker frequency. *Brain Topography*, 18(3), 167-187. <https://doi.org/10.1007/s10548-006-0267-4>
- Wang, Y., Nakanishi, M., Wang, Y.-T. & Jung, T.-P. (2014, Ağustos). Enhancing detection of steady-state visual evoked potentials using individual training data. *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, IL ABD*, 3037-3040.

- Wang, Y., Chen, X., Gao, X. & Gao, S. (2016). A benchmark dataset for SSVEP-based brain-computer interfaces. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 25(10), 1746-1752.
<https://doi.org/10.1109/TNSRE.2016.2627556>
- Wolpaw, J. R., Birbaumer, N., McFarland, D. J., Pfurtscheller, G. & Vaughan, T. M. (2002). Brain-computer interfaces for communication and control. *Clinical Neurophysiology*, 113(6), 767-791.
[https://doi.org/10.1016/S1388-2457\(02\)00057-3](https://doi.org/10.1016/S1388-2457(02)00057-3)
- Yuan, P., Chen, X., Wang, Y., Gao, X. & Gao, S. (2015). Enhancing performances of SSVEP-based brain-computer interfaces via exploiting inter-subject information. *Journal of Neural Engineering*, 12(4), 46006.
<https://doi.org/10.1088/1741-2560/12/4/046006>
- Zerafa, R., Camilleri, T., Falzon, O. & Camilleri, K. P. (2018). To train or not to train? A survey on training of feature extraction methods for SSVEP-based BCIs. *Journal of Neural Engineering*, 15(5), 51001.
<https://doi.org/10.1088/1741-2552/aaca6e>
- Zhai, J., Zhang, S., Chen, J. & He, Q. (2018, Ekim). Autoencoder and its various variants. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), Japonya, 415-419.
- Zhang, Y., Zhang, Z., Qin, J., Zhang, L., Li, B. & Li, F. (2018a). Semi-supervised local multi-manifold isomap by linear embedding for feature extraction. *Pattern Recognition*, 76, 662-678.
<https://doi.org/10.1016/j.patcog.2017.09.043>
- Zhang, Y., Yin, E., Li, F., Zhang, Y., Tanaka, T., Zhao, Q., Cui, Y., Xu, P., Yao, D. & Guo, D. (2018b). Two-Stage Frequency Recognition Method Based on Correlated Component Analysis for SSVEP-Based BCI. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 26(7), 1314-1323.
<https://doi.org/10.1109/TNSRE.2018.2848222>
- Zhang, Z. (2018, Haziran). Improved adam optimizer for deep neural networks. IEEE/ACM 26th International Symposium on Quality of Service (IWQoS), Banff, Alberta, Kanada.